Scholion

Bulletin 3/2004

Le "per numero" et le "per linea" dans les écrits d'architecture du Cinquecento

*Samuel Gessner**

SO[CRATES]: *Duplum autem quot pedum esse supra oportuit?* PUER: *Octo.* SO[CRATES]: *Non ergo a tripedali spatium octo pedum exoritur?* PUER: *Non profecto.* SO[CRATES]: *A quali igitur conare nobis liquido exprimere quod nisi numerare velis /saltem a quali demonstra.* PUER: *Per iovem o socrates haud novi.*[1]

Le célèbre passage dans le *Ménon* de Platon cité ci-dessus, met en scène l'anamnèse de la duplication du carré. Socrate amène son interlocuteur, le garçon, progressivement à travers une série de constats géométriques. Il lui fait découvrir que le carré de trois pieds de côté fait neuf et non pas les huit cherchés, et insiste une fois de plus que le garçon trouve le côté du carré double au carré 2 fois 2: "... quelle ligne? Tâche de me le dire ... et si tu ne veux pas faire de calcul, montre-la-nous." Cette question laisse au garçon une alternative significative: ou il répond en disant "une ligne de *x* pieds", pour cela il lui faudra un calcul, ou alors, il montre une ligne sur le dessin que Socrate lui montre. Dans ce qui suit, il s'agit précisément de ces deux façons de répondre à une question géométrique.

Dans les écrits d'architecture du seizième siècle, on trouve deux types d'approche aux problèmes de construction et de mesure, l'une est appelée per numero, et l'autre per linea. La présence de ces deux types d'approche reflète une des caractéristiques des mathématiques appliquées par des architectes, auteurs de traités, du Cinquecento comme Sebastiano Serlio (1475–1552), de Pietro Cataneo (1510–1569) et Andrea Palladio (1508–1580).

* Je tiens à remercier les personnes qui m'ont aidé à écrire cet article en donnant des indications utiles: Giovanna Cifoletti, Nathalie Huyghues-des-Etages, Werner Oechslin, Jeanne Peiffer, Bernard Vitrac, Toshinori Uetani et Annie Yacob.

I
Fra Luca Pacioli

A l'aube du seizième siècle, Luca Pacioli (1445–1514) fait publier l'ouvrage controversé *Divina proportione* par l'éditeur vénitien A. Paganius Paganinus, avec l'assistance de M. Antonio Capella.[2] Ce volume inclut un petit traité sur l'architecture. Pacioli en consacre un chapitre à la question suivante: "Comment dans les sites étroits l'architecte doit se comporter concernant sa disposition".[3] Dans ce passage, l'auteur fait référence à des procédés qu'il nomme per numero et per linea, sans cependant expliciter comment ils se mettent en œuvre. Ce silence peut s'expliquer par le fait que ses auditeurs devaient être familiers des procédés.[4] En effet, Pacioli présente son exposé sur l'architecture apparemment à des artisans: Cesare dal Saxo, Cera del Cera, Rainer Francesco de Pippo, Bernardino et Marsilio da Monte, et Hieronymo del Fecciarino et les compagnons du Borgo San Sepulchro. Dans la dédicace datant du mois de mai 1509, le Frère Luca les décrit comme des "dignes tailleurs de pierre, très diligents adeptes de sculpture et de la faculté architectonique".[5]

Pacioli leur parle de la disposition en architecture. Le terme de disposition évoqué dans le titre du chapitre est certes un terme largement employé dans les théories du discours ("rhetorica"), mais son usage en théorie d'architecture remonte à Vitruve[6] et, pour la Renaissance, à Alberti. Pacioli aurait non seulement été l'ami d'Alberti, il a pu connaître l'ouvrage de Vitruve, auteur qu'il évoque d'ailleurs sous la forme familière "el nostro V.", c'est-à-dire "notre Vitruve". Pacioli, à la différence d'Alberti, introduit le terme de disposition dans un discours en langue vernaculaire s'adressant apparemment à des praticiens. Le sens que Pacioli donne à dispositio semble dépendre de l'usage de ce terme dans Vitruve. L'usage que Vitruve en fait varie au long de son ouvrage. Ainsi au troisième livre déjà, l'auteur ne semble plus rester fidèle à la définition donnée au deuxième chapitre de son premier livre. Au départ néanmoins, l'antique architecte associe à la disposition trois aspects ou représentations, à savoir l'ichnographie, l'orthographie et la scénographie. La disposition semble donc bien être de l'ordre de l'élaboration du projet dessiné. C'est dans tous les cas ce dont parle Pacioli dans le passage cité, puisqu'il dit à un endroit "Alors, vous marquerez leurs limites, au moyen de votre équerre et votre compas, par des lignes sur votre dessin". Il se trouve un autre passage parallèle à celui de Pacioli chez Vitruve. Au sixième livre, la fin du chapitre "De oecis" est consacré aux proportions à donner aux diverses pièces dans un édifice, on lit:

Sin aut[em] impedientur ab angustiis aut aliis necessitatibus tenentur. & ingenio & acumine de symmetriis detractiones: aut adiectiones fiant: uti non dissimiles ueris symmetriis perficiantur uenustates.

...; car cela arrivant à cause du peu d'espace, ou pour quelque autre raison que ce soit, il faut augmenter ou diminuer avec tant d'adresse les proportions que nous avons prescrites, que ce que l'on fera semble n'avoir rien qui y soit contraire.[7]

Dire que Pacioli, dans ce chapitre, pense précisément à ce chapitre de Vitruve reste bien sûr de l'ordre de la conjecture. Néanmoins, force est de constater que son titre parle de "loghi angusti", et que Vitruve emploie précisément le mot "angustia". Certes, on ne trouve pas, chez Vitruve, de règles comment soustraire ou ajouter aux proportions véritables afin de ne pas perturber la beauté de l'édifice. Or, c'est justement ce que Pacioli s'est proposé d'expliquer à ses compagnons.

... Peroche el nostro V[itruvio] quanto ben ha insignato li debiti modi de li hedifitii con loro symmet[r]ie de lore proportione dixe. Intervira ale volte che l[']angustie streteçça del luogo non permettara fabricare con quelle so[len]nita che ala vera Architectura se aspecta[nd]o per lo i[m]pedimento del luogo che non lo permettara. ...

J'ai dit combien notre Vitruve a bien enseigné les dues manières concernant les édifices avec leurs symétries de leurs proportions. Il arrive quelque fois que l'étroitesse du site ne permet pas de construire avec cette solennité à laquelle on s'attend de la vraie architecture à cause de l'obstacle du site qui ne le permettra pas.

E per questo ve sida tal recordo che non possendo exeq[ui]re l[']opere v[ost]re totaliter cõme a le doi p[ri]ncipali forme de le doi li[n]ee recta e curva. E se non potrete in tutto farle a tutto quadrato overo circulo prendarete di loro sempre qualche parte overo parti nota overo note cõme a dire la el li li et cetera o aloro circuito overo diametri e quelli proportionando sempre quanto piu potrete in parti note che per numero si possano mostrare. Se non constretti dala irrationalita come fra el diametro del quadro e sua costa. Alora segnarete con vostra squadra e sexto lor termini in linee con vostro disegno.

C'est pourquoi il convient de vous rappeler comment, ne pouvant pas exécuter vos ouvrages complètement, aux deux formes principales des deux lignes, la droite et la courbe, [e]t si vous ne pouvez pas les rendre toutes carrées ou toutes circulaires, vous prendrez, en partant d'elles (des formes principales), toujours une ou plusieurs parties connues, c'est-à-dire la moitié, un tiers, les trois quarts, les deux tiers etc. de leur circonférence ou de leur diamètre; et vous les dimensionnerez toujours, tant que vous pourrez, en parties que l'on peut représenter par des nombres (nombrer). Sinon, lorsque vous êtes contraints par l'irrationalité, par exemple entre la diagonale du carré et son côté, alors vous dessinerez, au moyen de l'équerre et du compas, leurs contours par des lignes dans votre plan.

Peroche avenga che non sempre per numero se possino noiare ma mai sia impedito che per linea superficie non se possino asegnare. Conciosa che la proportione sia molto

Puisqu'il arrive qu'on ne peut pas toujours connaître une surface par le nombre (*per numero*), mais on n'est jamais empêché de pouvoir la dessiner par des lignes (*per linea*); sachant que piu ampla in la quantita continua che in la discreta.

[le domaine de] la proportion des quantités continues est beaucoup plus vaste que [celui] celle des quantités discrètes.

Peroche l'arithmetico non considera se non della rationalita el Geometria della rationalita e irrationalita cõme apieno le dixe el nostro Euclide nel suo quinto libro deli elementi.

Parce que l'arithméticien ne considère [la proportion] que lorsqu'elle fait partie de la "rationalité", tandis que le géomètre la considère lorsqu'elle appartient à la rationalité et à l'irrationalité, comme l'a expliqué pleinement notre Euclide dans son cinquième livre des éléments.[8]

Pacioli recommande à ses auditeurs des règles explicites là où Vitruve est resté général en ce qui concerne l'élaboration de la disposition et notamment du plan. Il préconise, globalement, les formes carrées et circulaires, "le doi principali forme", ou encore des parties proportionnées de ces figures, comme la moitié ou un tiers et ainsi de suite, de sorte que "per numero si possano mostrare", c'est-à-dire que leurs rapports aux formes principales puissent être désignées par des nombres, qu'elles puissent être nombrées. Ceci vaut au moins tant qu'il n'y a pas d'irrationnel en jeu, "se non constretti dala irrationalita come fra el diametro del quadro e sua costa". Dans ce cas, on utilisera, pour dessiner le plan, l'équerre et le compas, bref, la construction géométrique: "Alora segnarete con vostra squadra e sexto lor termini in linee con vostro disegno". On peut se demander pourquoi on rencontre parfois le cas d'un rapport irrationnel – en suivant la règle de prendre la moitié, le tiers et ainsi de suite. On reviendra à cette question.

Pour l'instant, il y a deux aspects importants de ce passage à retenir: au début du seizième siècle, on distingue explicitement, dans le milieu des praticiens, les deux méthodes *per linea* et *per numero*. Puis, il n'est pas toujours possible de nombrer un segment de droite ou une aire, tandis qu'il est toujours possible de les connaître per linea. Cette impossibilité de nombrer certaines proportions (comme celle du côté à la diagonale du carré, très usitée par ailleurs), amène l'auteur à faire une remarque sur la possibilité de la connaissance des entités géométriques.

Malgré le titre de ce chapitre, Pacioli parle ici non seulement de la façon dont il faut déterminer les proportions des parties, c'est-à-dire proportionner une figure – mais encore de la possibilité de connaître ces figures par le nombre. Les deux sujets, le *proportionner* et le *connaître*, sont évidemment liés: dans le premier cas, on part d'une proportion donnée pour l'imposer à une figure, dans l'autre cas, on se trouve face à une figure dont il faut prendre la mesure. En effet, aussitôt que Pacioli parle de la tâche de proportionner une figure, il aborde le sujet de la connaissance de la figure, et pour les deux objectifs, Pacioli évoque la possibilité d'utiliser un procédé per linea ou per numero.

2
Théorie des proportions

Pacioli caractérise les deux approches en faisant explicitement appel à la théorie des proportions du livre V des *Eléments* d'Euclide. Ainsi rappelle-t-il que l'arithméticien ("l'arithmetico") s'occupe des nombres qui, étant discrets, mènent à des proportions rationnelles. Tandis que le géomètre ("el Geometria") considère les segments de droites qui, étant de l'ordre du continu, permettent d'élargir le domaine de la proportion aux proportions irrationnelles. L'auteur ne se prive pas de faire quelques remarques concernant les proportions de quantités continues et discrètes qui font écho au livre V. Ceci n'est guère une coïncidence.

En effet, Pacioli publie en 1509, chez l'éditeur de *Divina Proportione*, une édition de la recension euclidienne de Campanus de Novare (~1220–1296).[9] Dans la version de Campanus des livres d'Euclide se trouve un scholium à la troisième définition du cinquième livre, définition introduisant la notion de rapport ("proportio") entre deux grandeurs,[10] qui explicite les différences entre rapports de termes discrets ou continus.[11]

C'est Niccolò Tartaglia qui édite le premier une traduction italienne des *Eléments* d'Euclide,[12] et le rend ainsi accessible à un public plus large qui ne possède pas le latin. Sa version, largement basée sur Campanus, reprend également cette scolie, et fait intervenir, en langue vernaculaire, précisément les termes qu'emploie Pacioli. Il y est question du domaine plus vaste ("piu larga") des proportions de grandeurs continues ("continui"). Ce domaine comprend ce que le texte appelle les proportions irrationnelles ("irrationale"), tandis que des quantités discrètes ("discretti") naissent toutes les proportions dites rationnelles ("rationale").

... onde *piu è larga* la proportione in li *continui* che in li *discreti*, per il che è manifesto la proportione geometrica essere de maggior abstratione, che la proportione arithmetica, perche in ogni proportione cer[t]a laqual[è] versa *la arithmetica e rationale*, ma la geometrica equalmente considera la *rationale, et la irrazionale*.

... d'où [on a que] la proportion parmi les *continues* est *plus large* que parmi les *discrètes*, par quoi il se montre que la proportion géométrique est de plus grande abstraction que la proportion arithmétique, parce que toute proportion qui relève de *l'arithmétique est rationnelle*, mais la [proportion] géométrique prend également en compte la [proportion] *rationnelle et irrationnelle*.[13]

Or, cette scolie avertit le lecteur justement de faire la distinction entre un rapport certain ou déterminé ("certa convenientia, determinata") et un rapport connu ("convenientia nota over cognita"). En effet, un rapport peut être déterminé sans être connu, car il se peut que le rapport de deux quantités ne soit pas nécessairement connu "par nous ou par la nature": le texte dit "non è necessario che ogni convenientia de due quantità sia cognita di noi, ne anchora dalla natura ...".[14]

Pacioli, lorsqu'il fait appel à Euclide V, pense fort probablement à cette scolie, attendu que son explication base l'impossibilité de connaître (par le nombre) sur le fait que les segments de droites appartiennent aux quantités continues. Il subsiste pourtant une petite différence dans la position de Pacioli par rapport à celle exprimée dans la scolie. Le passage crucial chez Pacioli est celui où il s'agit de "connaître des surfaces", là il va plus loin que la scolie: "Peroche avenga che non sempre per numero se possino noiare ma mai sia impedito che per linea superficie non se possino asegnare".[15] Autrement dit, si l'on ne peut pas toujours connaître numériquement l'aire d'une figure, il n'est jamais impossible de la "per linea asegnare". Si cette dernière expression reste encore quelque peu obscure, les exemples suivants vont aider à l'élucider. Tout au moins, il semble que les architectes du seizième siècle peuvent utiliser deux types d'approches – soit pour proportionner des figures, soit pour les connaître. Or en quoi précisément consistent ces procédés per numero et per linea? C'est ce qui paraît ressortir des écrits d'architecture encore un demi-siècle plus tard.

3
Procéder "per linea" chez Serlio et Cataneo

L'expression du "per linea" fait apparition, dans l'écrit de l'architecte siennois Pietro Cataneo (1510–1569). La deuxième édition de ses livres sur l'architecture, 1567, sort augmentée d'un septième et huitième livres qui sont consacrés, à la géométrie et à la perspective.[16]

La vingt-sixième proposition, dans cette géométrie est intitulée "Di ridu[r] per linea al suo quadrato qualunque strana superficie rettelinea". Il s'agit du problème concernant la réduction d'une forme polygonale en carré. S'il s'agit de la construction du carré équivalent à une figure polygonale donnée, l'objectif est ici, pour parler en termes employés de Pacioli, de connaître une surface donnée. Il est fort probable que l'expression per linea caractérise, comme jadis chez Pacioli, le procédé constructif appliqué afin d'obtenir la "quadrature" de la superficie et donc de la "connaître". Sauf que

Cataneo emploie les termes de ridur al suo quadrato au lieu du mot noiare ou asegnare de Pacioli. On conçoit donc que le problème de construire (ou de proportionner) une figure soit étroitement lié au problème de sa connaissance per linea. Dès lors qu'on a trouvé le carré correspondant à la figure totale, on peut la comparer ou encore savoir son rapport à d'autres figures.

Cependant, le mode d'exposition de Cataneo transforme ce qui pourrait être une recette de construction issue de la tradition des problèmes d'arpentage en une proposition similaire à un théorème. Cataneo affirme que la riquadratura sera la même indépendamment de la façon de découper la figure, soit seulement en triangles, soit à la fois en rectangles et en triangles.

Avendo l'architetto inteso ben le regole date, potrà riquadrare *per linea* qual si voglia strana e fantastica superficie rettelinea, hor sia che bisognasse riquadrar *per linea* la figura qui sotto segnata A, dico in tutte le altre come in questa potersi procedere in due modi: ...[17]

Une fois que l'architecte a bien compris les règles présentées, il pourra faire *per linea* la quadrature de superficies rectilignes aussi étranges et fantaisistes soient-elles. Soit qu'il faille faire la quadrature *per linea* de la figure ci-dessous, appelée A, je dis pour celle-là, comme pour toutes les autres, on peut procéder de deux façons. ...

La proposition présentée n'est – jusqu'à la ressemblance de la figure – rien d'autre que la reprise d'une proposition que l'on rencontre chez Sebastiano Serlio (1475–1552), une vingtaine d'années auparavant.[17] Toutefois, il est à noter qu'à la différence de Serlio, Cataneo ne décrit pas les détails des procédés et il donne pour règle de faire la quadrature ("riquadrare") de chaque partie et de joindre ensuite tous les carrés ainsi obtenus. Serlio, donnant cette règle dans le premier livre, ne procède pas de la même manière. Il introduit son procédé par la déclaration suivante:

Potrebbe all'Architetto venir alle mani una forma di lati diversi et inequali, dove saria necessario ridurla in forma quadrangolare, imo in un quadro perfetto, si per sapere il valor d'essa per apprezzarla, come si accadesse a farne una giusta particione, quando fosse di più persone, o fosse terrene, o qualunque altra materia, e' di questa lo agrimensore, cioe il misurator de terreni se ne potra servire quantunque egli non havesse Aritmetica cioè numeri, & chi havera questa regola alle mani non potra esser ingannato dalli sartori ne' vestimenti: perche sempre gli saprà misurare, et ri-

Il pourroit aucunefois tumber es mains de l'Architecte une forme de costez inegaulx & divers, laquelle seroit besoing reduire en quadrangulaire voire, par advanture, en un quarré perfaict, tant pour congnoistre la vraye mesure de ladicte piece, que pour en faire iuste partition sil en estoit requis: principalement si elle appartenoit a plusieurs proprietaires. En ce cas l'Arpenteur ou mesureur de terres, encores quil n'entendeist l'Arithmetique, cestadire l'art de nombrer, se pourra servir de ceste reigle, laquelle pareillement pourra faire proffict a tous autres hommes pour se garder dure in forma quadrangolare ogni sorte di panni.

d'estre deceuz par tailleurs ou cousturiers en la faconde leurs habillementz, car ilz pourront tousiours mesurer & reduire en forme quadrangulaire toutes sortes de drapz pour diversement couppez qu'ilz puissent estre.[19]

Dans ce contexte, l'utilisation des expressions “sapere il valor d'essa [forma] per apprezzarla” et “misurare, et ridurre in forma quadrangolare” paraît appropriée. Elles désignent le résultat de la procédure, à savoir la réduction au carré. Le fait de réduire une surface au carré équivalent est considéré comme l'évaluation ou la mesure de cette surface. On le comprend bien parce qu'on peut comparer tous les carrés en comparant simplement leurs côtés. Par conséquent, il est permis de conclure que ce procédé per linea (expression que Serlio n'emploie pas) sert effectivement de mesure, et que le “asegnare superficie” de Pacioli n'a d'autre signification que celle de mesure.

La référence de Serlio à l'arithmétique constitue le passage le plus remarquable. Serlio dit que le présent procédé servira à l'arpenteur au cas ou il ne possèderait pas l'arithmétique ou les nombres (“quantunque egli non havesse Aritmetica cioè numeri”).[20] On voit donc que cet auteur conçoit clairement qu'il y ait deux approches pour “mesurer” une aire: l'une arithmétique, et si elle n'est pas possible, l'approche par quadrature. Enfin, l'évocation du cadre plus étroit de l'arithmétique et de l'impossibilité, dans certains cas, de procéder per numero, paraît être un topos dans ce genre d'écrits. Elle est tout à fait parallèle à celle de l'extrait de Pacioli cité plus haut.

Le procédé explicité par Serlio est basé sur l'opération d'application des aires rectangulaires (“collocare”) au côté du rectangle initial (L ou DCAH), qui était le plus grand qu'on pouvait possiblement découper dans la figure de départ. L'auteur renvoie le lecteur au procédé d'application des aires qu'il a introduit juste à la proposition précédente dans le cas du carré qu'il fallait transformer en rectangle de largeur donnée.[21]

... Dico chel quadrato B.L.D.M. sara equale alla superficie di sopra sengnata M, per le ragioni che piu adietro ho dimostrato, e cosi delle due figure L. M. sara fatto una superficie oblonga, li angoli della quale saranno L.A.M.C. come si dimostra qui acanto nella figura piu abasso.

Ridotto adonche sara il triangolo N. in una superficie, come qui acanto si vede, laqual sara O.R.P.Q. essa si potra medesimamente colo-

Parainsi le quarré signé B.L.D.M. sera esgal a la superficie merquée M. & ce pour les raisons que i'ay cy deuant deduictes, dont s'ensuyura que des deux figures L. & M. sera faicte une longue superficie laquelle aura pour angles L.A.M.C. ainsi que l'on veoit en la plus basse figure cy apres pourtraicte.

Quand doncques le triangle N. sera reduict en superficie, merquée O.R.P.Q. elle semblablement se pourra gecter sur la grande care sopra la gran superficie nel modo che si vede qui acanto nella figura piu abasso, con la sopradetta regola, & cosi la superficie che era di sopra sara agiunta alla maggior superficie, di modo, che le tre figure L. M. N. saran ridotte in una superficie A.S.T.C. allaquale con la medesima regola si portranno agiungere tutti li triangoli,

superficie, par le moyen monstré en la plus basse figure. Et ainsi ladicte superficie qui estoit dessus, sera conioincte a la plus grande, en maniere que les trois formes L.M.N. seront lors réduictes en une seule superficie merquée par A.S.T.C. a laquelle par ceste mesme reigle se pourront accomoder tous les triangles:

& dipoi, con la regola che piu adietro ho dimostrato, si potra ridurre in uno quadrato perfetto essa superficie,

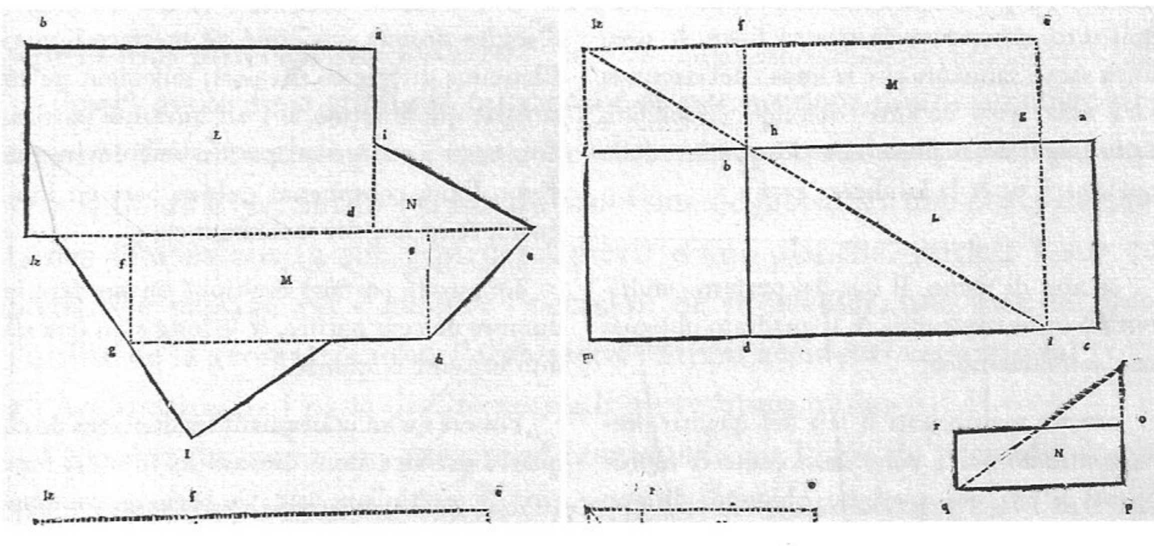
& puis que l'autre document que i'ay donné cy dessus, toutes ces superficies se reduiront en un quarré perfaict,

et cosi ogni forma per strana che sia, si potra ridure in un quadrato perfetto, mentre perho che non vi sian linee curve, & se pur linee curve ci saranno,

voire qui plus est, toute forme pour estrange qu'elle puisse estre, si ce n'est qu'il y ait des lignes courbes.

potra bene l(')huomo con diligentia andar' presso al segno: ma non potra perfettamente misurarla: perche il mio parere e questo, che una linea curva non si puo comparare ad una retta: & se cio fusse, si troveria la quadratura del circolo, la quale ha fatto et fa sudare tanti pellegrini ingegni per trovarla.

Toutesfois, quand il y en auroit, l'homme de bon entendement pourra bien au moyen de son labeur venir a peu pres de la fin desirée, non mesurer perfaictement. Car mon opinion est, que une ligne courbe ne se scauroit rapporter a une droicte. Et s'il estoit ainsi, l'on auroit tantost trouvé la quadrature du cercle, qui a faict & fera encores suer beaucoup de subtilz entendementz avant qu'elle soit bien prouvée.[22]



Sebastiano Serlio, Il primo libro d'architettura, Venise s.d. (1545), p. 6r

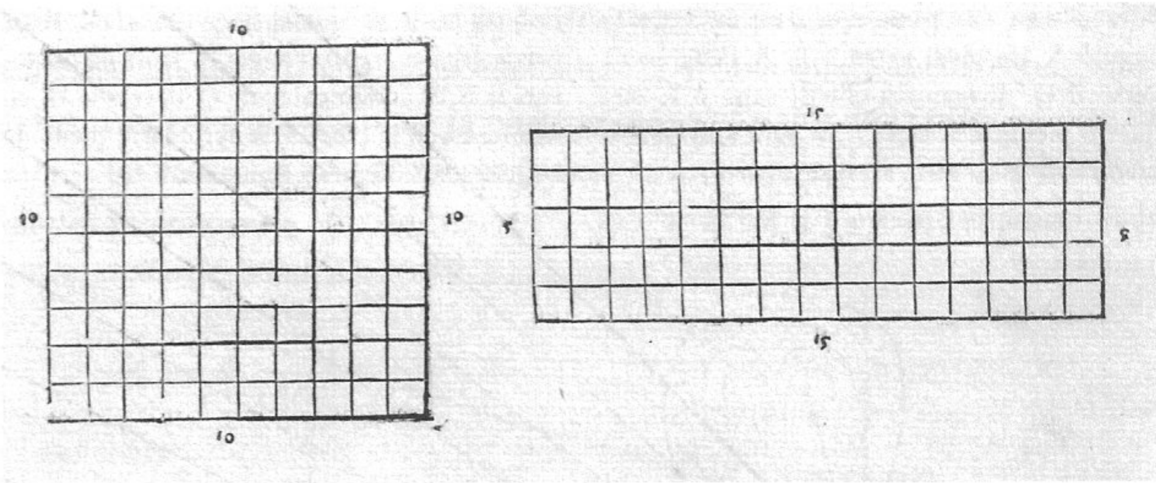
Il est intéressant de noter que Serlio prend la peine de spécifier que le procédé ne marche pas pour les figures curvilignes. En particulier, il semble convaincu de l'impossibilité de la quadrature du cercle qui continue à être un sujet de polémique.[23] Sa justification se base sur l'incomparabilité de lignes courbes d'avec les lignes droites.[24] Serlio mentionne pourtant la possibilité d'une mesure approchée ("andar presso al segno: ma non potrà perfettamente misurarla").

Il paraît désormais acquis que les architectes Serlio et Cataneo se réfèrent à un procédé commun. Ce procédé permet d'obtenir la quadrature d'une figure per linea. Serlio a mentionné l'utilité de ce procédé pour "l'Arpenteur ou mesureur de terres, encores qu'il n'entendeist l'Arithmetique, c'est-a-dire l'art de nombrer". Cette remarque semble renvoyer vers un autre procédé qui s'appuie sur les nombres: il s'agit du procédé per numero.

4
Procéder "per numero" chez Serlio et Cataneo

Le quatorzième énoncé du livre de Serlio traite, bien que peu rigoureusement au sens mathématique, d'un théorème à propos des rectangles isopérimétriques. "Entre les formes quadrangulaires, la plus perfaicte, a mon iugement, est la toute quarrée: & tant plus un quadrangle s'esloigne du quarré perfaict, tant plus perd il de sa perfection, nonobstant qu'il soit environné de mesmes lignes".[25] Or, pour preuve que le carré est la figure isopérimetrique la plus grande, Serlio se contente de donner deux exemples.

… essempio gratia sara un quadrato di angoli retti circondato da quatro linee, & ogni linea sara x talmente che la linea chel circonda sara xxxx. sara un'altro oblongo circondato dalla medesima linea. La longhezza della quale sarà xv. & la larghezza sara v.	Et pour en donner exemple: Soit un quarré d'angles droictz envionné de mesmes lignes. Chascune divisée en dix pars, tellement qu'en la ligne qui le ferme, il y ait quarante parties. Soit aussi un autre quarré barlong environné d'une ligne contenante quinze pars en longueur, & en largeur seulement cinq.
et non di meno, il quadro perfetto multiplicato in se sara cento, & il quadrato oblongo sarà settantacinque,	Le quarré perfaict multiplié en soy fera le nombre de cent parties, & le long n'en fera sinon soixante & quinze.
perche moltiplicati li lati del quadro perfetto diremo dieci, volte dieci cento & moltiplicati li lati del quadrato oblongo, diremo cinque volte quindeci, settantacinque, come qui sotto e dimostrato.	Pource qu'en multipliant les divisions de ce quarré perfaict, nous dirons: dix foys dix font cent, & multipliant ceulx du barlong, compterons seulement cinq foys quinze, soixante & quinze, comme il est demonstré cy dessoubz par figure.[26]



Sebastiano Serlio, Il primo libro d'architettura, Venise s.d. (1545), p. 8v

L'utilité de cette "proposition" pour l'architecte et pour le marchand serait d'après Serlio "pour connaître tout de suite quelle différence il y a entre telle et telle forme du point de vue de la valeur".[27] Il est donc clair que le nombre obtenu par multiplication des dimensions des côtés correspond à la "valeur". On notera les expressions "il quadro perfetto multiplicato in se sarà cento" et "multiplicati li lati del quadro perfetto". La première témoigne d'une certaine imprécision, étant donné que "multiplier un carré par soi-même" n'a pas de sens, or la deuxième prouve qu'on parle alors bien de "multiplier les côtés" pour obtenir la "valeur" d'un rectangle. Dans ce passage, Serlio ne fait plus allusion au cas incommensurable, ou justement on ne pourra plus procéder per numero.

Après avoir ainsi appliqué une méthode per numero pour connaître des aires, Serlio n'emploie plus l'approche arithmétique que dans un seul passage vers la fin du livre. Serlio y traite du problème de fabriquer une porte de certaines dimensions (4 sur 7 pieds) à partir d'une planche qui fait 3 sur 10 pieds. Ce passage est d'ailleurs l'occasion de proclamer, une fois de plus, l'utilité de la géométrie pour l'architecte: "Strani accidenti vengono tal volta a l'Architetto che i passi di Giometria li gioveranno molto ...".[28]

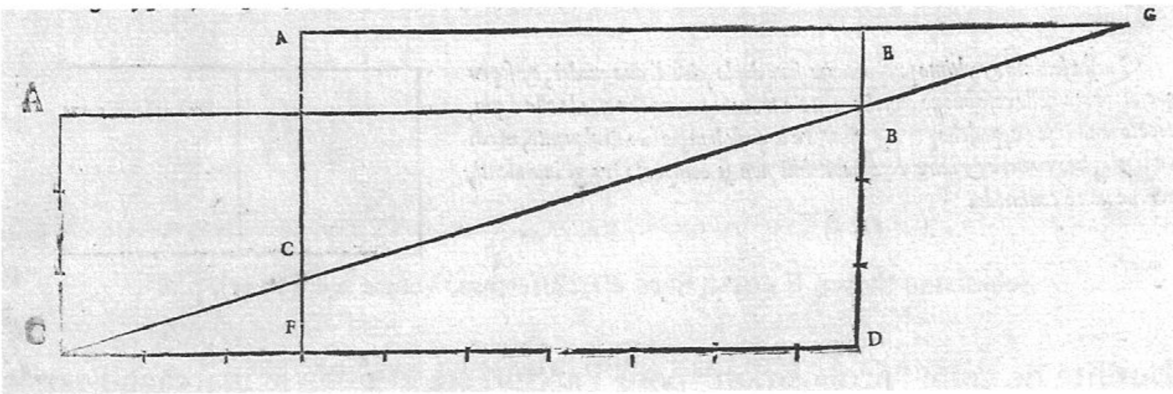
A partir du dessin, on comprend bien quelle est l'idée du procédé. Après avoir coupé la planche en diagonale, on fait glisser les deux parties l'une sur l'autre. L'auteur indique qu'il suffit de faire glisser l'angle A de 3 pieds et jusqu'à ce que DE fasse 4 pieds:

La tavola sara piedi dieci longa, et piedi tre larga, li angoli dessa saranno A.B.C.D. partira detta tavola per linea diagonale dal C. al B. &

Merque premierement les angles de la planche par A.B.C.D. puis la partisse iustement d'une ligne diagonale depuis le C.

fatto di essa dua parti equali tiri indietro lo angolo A. tre piedi verso il B. & l'angolo C. verso il D. di maniera che'[l] capo A.F. sara quatro piedi, & il capo E.D. sara alto quatro piedi, cosi da A. al E. sara sette piedi, ...

iusques au B. & quand il en aura faict deux partis esgales, retire l'angle A. trois piedz devers le B. & autant celuy de C. devers le D. en maniere que le chief A.F. ayt quatre piedz de largeur, & celuy de E.D. autant.[29]



Sebastiano Serlio, Il primo libro d'architettura, Venise s.d. (1545), p. 15^{v}

On sent qu'il y a un problème, et c'est ce que, quelques années plus tard, Cataneo va soulever. Cataneo, qui a lu le livre de Serlio, revient sur ce procédé lors de sa "Proposizione XXIX". S'il choisit un autre exemple numérique – fabriquer une porte de 9 x 5 paumes à partir d'une planche de 12 x 4 paumes – la phrase introductive, en revanche, reprend de très près le passage de Serlio: "Occorgono spesse volte all'architetto stravaganti casi, che in quelli senza la buona pratica di geometria restarebbe confuso".[30]

Pour une fois, Cataneo présente une démonstration arithmétique, tandis que son livre présente essentiellement l'approche per linea.[31] Cataneo, comme Serlio, découpe la planche en diagonale et fait glisser les deux parties jusqu'à obtenir la longueur requise.

La différence significative par rapport à l'exposé de Serlio est le fait que Cataneo prouve la proposition arithmétiquement en vérifiant

... &volendo veder se la propositione sia ben soluta, veggasi se l'area & quadratura della tavola longa 12 & larga 4 è quanto il congiunto della quadratura della porta con la quadratura de i due trianguli avanzati ...[32]

12 x 4 paumes
= 9 x 5 paumes + 1 x 3 paumes

Il faut remarquer ici que ce procédé marche grâce au choix judicieux des dimensions. Cataneo en est bien conscient car la proposition suivante met en exergue une "fausse solution de Serlio". Sous l'intitulée "Falsa soluzione del Serlio", Cataneo se réfère à la "carte XXII del suo primo libro d'architettura".[33] Pour prouver l'erreur de Serlio, il passe par la condition nécessaire imposée aux deux triangles excédentaires pour une solution correcte. Naturellement, on a que l'aire de la porte doit égaler l'aire de la planche initiale moins les triangles excédentaires ($7 \times 4 = 10 \times 3 - 2$), mais l'aire des deux triangles joints paraît être de $(10-7) \times (4-3) = 3$. D'où il y a contradiction et la solution de Serlio est impossible.

La qual proposizione sarebbe veramente bella, quando ella fusse solubile: il che non può essere però che volendo che la porticella fusse larga piedi 4 & alta 7, saria di necessità che ciascuno dei due lati CF & BE dei due trianguli ortogonij avanzati non fusse piu d'un piede riquadrato, che ambedui sariano piedi due quadri, che gionti con li 28, quadratura della porticella di braccia 7 alta & larga 4, farebbeno ben trenta ...[34]

Cette proposition serait vraiment belle si seulement elle était résoluble: ce qui ne peut pas être le cas, parce que, voulant que le portail soit de 4 pieds de longueur et de 7 de hauteur, il serait nécessaire que chacun des deux côtés CF et BE des deux triangles rectangles excédents ne soit pas plus d'un pied carré, de sorte qu'ensemble ils seraient deux pieds carrés, et que joints aux 28 de la quadrature du portail de 7 [pieds] de hauteur et de 4 de largeur, ils feraient bien trente ...

Remarquons que, par inadvertance, Cataneo change d'unité de mesure (des pieds deviennent des coudées) ce qui rend son discours confus. Ce type d'erreur semble indiquer par ailleurs qu'il s'agit là d'un problème d'école plutôt que d'un procédé employé dans la pratique. Dans tous les cas, Cataneo parvient à montrer que Serlio s'est trompé dans son calcul.

Ces exemples illustrent tous qu'un architecte du seizième siècle, comme Serlio ou Cataneo, fait appel aux deux procédés per numero et per linea afin évaluer l'aire ou encore – pour rester fidèle à la terminologie de l'époque – de connaître la valeur ou la quadrature d'une figure.

5
Proportionner "per linea" et "per numero" chez Palladio

Andrea Palladio (1508–1580), dans le premier livre de ses *Quattro Libri* au chapitre 21, commence par donner une série de proportions qu'il recommande pour les dimensions de largeurs et longueurs de salles.

"... Les plus belles et plus elegantes proportions de chambres, et qui reüssissent mieux, peuvent estre de sept manieres: car ou on leur donne la forme ronde, qui neantmoins se pratique peu, ou bien on les fait quarrées, ou elles ont de longueur la diagonale de leur quarré, ou un tiers de plus que le quarré, ou un quarré et demy, ou un quarré et deux tiers, ou bien deux quarrez entiers".[35]

Il n'est pas besoin d'insister sur le fait que ce passage fait écho aux préceptes bien anciens qui visent à fonder la beauté dans les proportions, c'est-à-dire les rapports des dimensions architecturales. Ainsi, lorsque Vitruve parle de la hauteur des plafonds des grandes salles à la manière des grecs, il décrète par exemple: "La hauteur de ces Salles est de la moitié de la largeur ajoûtée à cette mesme largeur".[36] De même, Alberti consacre plusieurs chapitres de son neuvième livre à la question des proportions des salles données par le triplet longueur, largeur et hauteur.[37] Serlio, à la fin de son livre géométrique, propose une liste de proportions rectangulaires, les proportioni quadrangolari.[38] Il s'agit bien du problème de proportionner, mais quel rapport avec les procédés per numero et per linea?

En fait, déjà Alberti donne les trois moyennes (mediocritas arithmetica, geometrica, musica) comme une des façons de générer les triplets de nombres, applicable aux dimensions des salles et il en donne les définitions en termes de rapports. Aussi précise-t-il la façon d'obtenir la moyenne de façon numérique.

$a : m : b$ avec $a > b$	valeur	définition
m_a arithmétique	$\frac{a+b}{2}$	$(a - m_a) = (m_a - b)$
m_g géométrique[39]	$\sqrt[2]{ab}$	$a : m_g :: m_g : b$
m_h harmonique	$\frac{2}{a+b}$?ab	$(a - m_h) : a :: (m_h - b) : b$

Or, le calcul d'une racine carrée – requis dans le cas de la moyenne géométrique – n'étant pas trivial pour ses lecteurs, il les avertit de la façon suivante:

Hanc [geometricam] mediocritatem perdifficile est ubivis adinvenisse *numeris*: sed *lineis* eadem bellissime explicatur: de quibus hic non est ut referam.	Mais il est difficile de trouver partout icelle mediocrité geometrique par nombres: toutesfois on la monstre bien par le moyen des lignes, a quoi n'est pas besoing que ie m'amuse en cest endroit.[40]

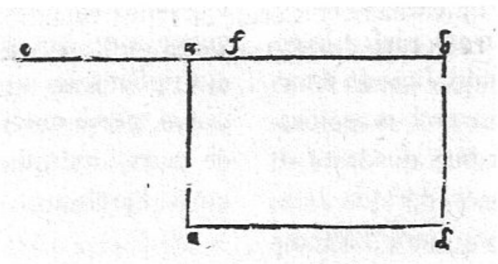
L'auteur ne donne pas à cet endroit ni de procédé per numero ("numeris"), ni de procédé per linea ("lineis") permettant de trouver la moyenne géométrique.

Il en va autrement dans le cas de Palladio lorsque ce dernier introduit le problème de déterminer, pour une salle déterminée, la "hauteur proportionnée à la longueur et à la largeur". En effet, au chapitre 23 des *Quattro Libri* on trouve trois règles pour la détermination de la hauteur sous plafond. Sans que l'auteur les nomme, ces règles correspondent aux moyennes arithmétique, géométrique et harmonique respectivement, comme l'a déjà remarqué Rudolf Wittkower dans son livre classique *Architectural principles in the age of humanism*.[41]

Ce qui distingue Palladio par rapport à Alberti, c'est qu'il présente aussi bien le calcul que la construction de toutes ces moyennes. On voit ainsi côte à côte les procédés per numero et per linea. De surcroît, Palladio ne semble avoir aucune préférence pour l'un ou pour l'autre.

Questa altezza si ritroverà ponendo la larghezza appresso la lunghezza, e dividendo il tutto in due parti uguali: percioche una di quelle metà sarà l'altezza del volto, come in esempio, sia b, c, il luogo da involtarsi: aggiungasi la larghezza a, c, ad a, b, lunghezza, e facciasi la linea e, b, laquale si divida in due parti uguali nel punto f, diremo f, b, esser l'altezza, che cerchiamo:

...laquelle [hauteur] se trouvera facilement en conjoignant les deux lignes de la largeur et de la longueur, et n'en faisant qu'une seule, qui après estant divisée par la moitié, nous donnera la juste hauteur de notre voûte, comme par exemple B.C. soit le lieu ou l'on veut faire une voûte, joignant la largeur A.C. avec la longueur A.B. on aura la ligne E.B. laquelle estant divisée par la moitié au point F. il est clair que F.B. est la hauteur que nous demandons.



Andrea Palladio, I Quattro libri dell'architettura, Venise 1601, libro primo, Cap. XXIII, p. 53

12 sur 6
$12 + 6 = 18$
$18 / 2 = 9$

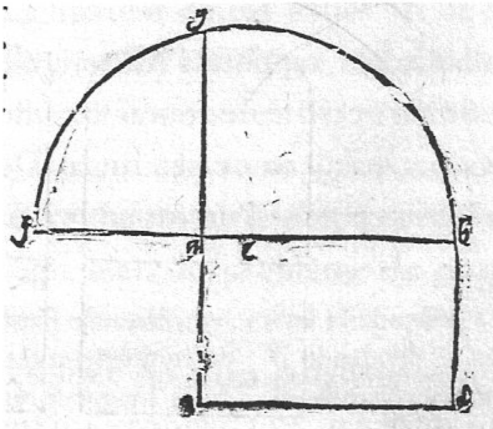
overo sia la stanza da involtarsi lunga piedi xij. e larga vj congiunto il vj., al xij. ne procede xviij: la metà del qale è nove: adunque in volto doverà esser alto nove piedi.

Ou bien encore, si la chambre que l'on doit voûter a douze pieds de longueur sur six de largeur, ces deux nombres estans adjouttez ensemble donneront dix-huit, la moitié desquels est neuf, partant la hauteur de cette voûte aura neuf pieds.

Un'altra altezza ancora si troverà c'haverà proportione alla lunghezza, e larghezza della stanza in questo modo. Posto il luogo da involtarsi c, b: aggiungeremo la larghezza alla lunghezza e faremo la linea b, f: dapoi la divideremo in due parti uguali nel punto e: ilqual fatto centro; faremo il mezo cerchio b, g, f, et

On peut encore trouver une autre hauteur proportionnelle à la longueur et la largeur d'une chambre, en cette manière: B.C. estant le lieu que l'on doit voûter, nous ferons de la longueur et de la largeur une seule ligne B.F. sur le milieu de laquelle ayant marqué le poinct C. il nous servira de centre pour déallungheremo a, c, fin che tocchi la circonferenza nel punto g: et a, g, sarà l'altezza del volto di c, b.

crire le demy-cercle B.G.F. et prolongeant la ligne E.A. iusques à ce qu'elle touche la circonférence au poinct G. là A.G. sera l'exhaussement de la voûte B.C.



Andrea Palladio, I Quattro libri dell'architettura, Venise 1601, libro primo, Cap. XXIII, p. 53

9_4
--> 6
9 : 6 :: 6 : 4
:: sesquialtera

Ne i numeri si ritrovera in questo modo. Conosciuto quanti piedi sia larga la stanza, e quanti lunga; troveremo un numero c'habbia quella proportione alla larghezza, che la lunghezza haverà à lui: e lo ritroveremo moltiplicando il minore estremo co'l maggiore: perche la radice quadrata di quello che procederà da detta moltiplicatione sarà l'altezza che cerchiamo;

On trouvera encore cette mesme proportion par les nombres en cette sorte: sçachant quelle quantité de pieds contiennent la longueur et la largeur de la chambre, nous trouverons un nombre lequel aura le mesme rapport de proportion avec la largeur, que la longueur avec luy, et nous le découvrirons en multipliant le moindre extrême par le plus grand, parce que la racine quarrée du produit de cette multiplication sera la hauteur que nous cherchons:

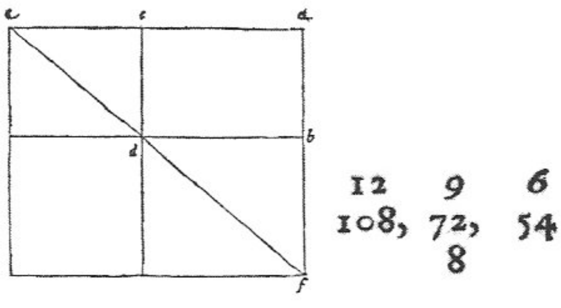
come per esempio: se'l luogo che vogliamo involtare è lungo ix. piedi, e largo iiij. L'altezza del volto sara sei piedi, e quella proportione c'ha ix. a sei, ha ancho sei à iiij. cioè la sesquialtera. Ma è da avertire, che non sarà sempre possibile ritrovar quest'altezza co i numeri.

par exemple, si le lieu où nous voulons faire une voûte a neuf pieds de long et quatre de large, la hauteur de cette voûte sera de six pieds, car la proportion[n]alité de neuf à six est la mesme que de six à quatre, à sçavoir la proportion sesquialtere. Mais il ne sera pas toujours possible de trouver cette hauteur par les nombres.

Si può ancho ritrovare un'altra altezza, che farà minore: ma nondimeno proportionata alla stanza in questo modo. Tirate le linee a, b: a, c:c, d:et b, d; che dimostrano la larghezza, e lunghezza della stanza; si ritroverà l'altezza come nel primo modo, che sarà la c, e: laquale si aggiungerà alla a, c: e poi si farà la linea e,

Il y a moyen encore de prendre une autre hauteur, qui sera moindre à la verité, mais neantmoins proportionnée à la chambre, et elle se trouve ainsi. Après avoir tiré les lignes A.B. A.C. C.D. et D.B. qui représentent la longueur de la chambre, il faudra chercher la hauteur selon la premiere methode, qui sera d, f, et si allugherà a, b: sin che tocchi la e, c, f, nel punto f. L'altezza del volto sarà la b, f.

C.E. laquelle on joindra à la A.C. et puis tiré la ligne E.C.F. et prolongeant la A.B. iusques à ce qu'elle touche la E.D.F. au poinct F. la BF. sera la hauteur de la voûte



Andrea Palladio, I Quattro libri dell'architettura, Venise 1601, libro primo, Cap. XXIII, p. 54

12 sur 6
12 + 6 = 18
18 / 2 = 9
9 _ 12 = 108
9 _ 6 = 54
6 _ 12 = 72
? _ 9 = 72
--> 8

Ma con i numeri si ritroverà in tal maniera. Ritrovato dalla lunghezza, e larghezza della stanza l'altezza secondo il primo modo, la quale tenendo l'esempio sopraposto è il 9; si collocheranno la lunghezza, la larghezza, e l'altezza, come nella figura: dipoi si motiplica il 9, co'l 12, e co'l 6, et quello, che procederà dal 12, si ponga sotto il 12: et quello che dal 6, sotto il 6, e poscia si motiplica il 6, co'l 12, e quel, che ne procederà; si ponga sotto il 9: et questo sarà il 72, et ritrovato un numero, il quale motiplicato co'l 9, giunga alla somma del 72, che nel caso nostro sarebbe l'8, diremo 8. piedi esser l'altezza del volto.

Mais la maniere de la trouver par les nombres est, qu'ayant pris selon la premiere methode la longueur et la largeur de la chambre, la hauteur de laquelle dans l'exemple cy-devant est de neuf pieds, on mettra ensemble la longueur, la largeur et la hauteur, comme cette figure le montre, et puis il faudra multiplier le 9. par le 12. et par le 6. et ce qui proviendra du 12. sera mis sous le 12. et du 6. dessous le 6. puis on multipliera le 6. par le 12. et ce qui en proviendra sera posé sous le 9. qui sera 72. et ayant trouvé un nombre, lequel multiplié avec le 9 vienne à produire 72. comme 8. feroit en cet exemple, nous dirons que nostre voûte doit avoir huit pieds de hauteur.[42]

Il est curieux de constater que si Palladio ne donne pas systématiquement la version générale des énoncés. L'exemple numérique lui suffit. Néanmoins, dans le cas de la moyenne géométrique l'algorithme de calcul est présenté de façon générale avant qu'il soit mis en œuvre pour l'exemple des nombres 9 et 4. Mais surtout, on voit qu'il présente le procédé per linea comme étant équivalent à celui du per numero. Toutefois, il précise que "Ma è da avertire, che non sarà sempre possibile ritrovar quest'altezza co i numeri". Cet avertissement fait écho à la fois au scholium de Campanus et aux explications de

Pacioli où l'on dit que l'ensemble des proportions arithmétiques comprend un domaine moins large que celui des proportions géométriques. Mais cette réserve semble s'inspirer aussi, et encore plus directement, des passages cités ci-dessus chez Alberti et Serlio qui pointent les limites de l'approche arithmétique.

Ainsi, dans les écrits d'architecture, bien avant le seizième siècle et jusqu'à sa fin, on trouve trace de deux procédés à la fois: du procédé arithmétique, dit per numero, et du procédé géométrique, dit per linea. Tout au long du siècle, on peut ainsi observer une permanence de la double approche aux problèmes. Elle sert d'une part pour la mesure d'aires (ce que Pacioli appelle asegnare) et d'autre part, elle est appliquée au dimensionnement de segments ou d'aires (proportionare). Parfois, ces deux finalités coïncident comme dans le cas de la quadrature qui est le procédé per linea servant de mesure. De plus, les exemples présentés suggèrent la conclusion que les architectes, auteurs de traités, de l'époque conçoivent parfaitement la correspondance entre ces procédés per linea et per numero.

Si l'on résume parfois les mathématiques contenues dans les écrits d'architecture par les termes de "géométrie pratique", le lecteur moderne doit se garder de l'entendre dans un sens anachronique.[43] Correspondant à une certaine tradition euclidienne, la double approche per linea et per numero constitue une des caractéristiques historiques de la culture mathématique des auteurs d'écrits d'architecture du Cinquecento.

1 Plato, *Ménon*, in: *Opera*, trad. et comment. par Marsilio Ficino, Venise 1491, per Bernardinum de Choris de Cremona et Simonem de Luero impensis Andree Toresani de Asula, p. 8r°. "SOCRATE: Mais combien devrait avoir de pieds la surface double? L'ESCLAVE: Huit. SOCRATE: Ce n'est donc pas encore avec la ligne de trois pieds que se forme la surface de huit. L'ESCLAVE: Non, assurément. SOCRATE: Alors avec quelle ligne? Tâche de me le dire exactement, et, si tu ne veux pas faire de calcul, montre-la-nous. L'ESCLAVE: Mais, par Zeus, Socrate, je n'en sais rien." Platon, *Ménon*, 83d–84a, trad. par Emile Chambry, Paris 1967, p. 348–349.

2 L. Pacioli (Fra Luca Pacioli de Burgo Sansepolcro), *Divina Proportione, Opera a tutti gl'ingegni perspicaci e curiosi necessare Ove ciascun studioso di Philosophia Prospectiva Pictura Sculptura Architectura Musica e altre Mathematice suavissima sottile e admirabile doctrina consequira e delectarassi con varie questione de secretissima scientia*, Venise 1509 (reprint Paris 1980, avec une traduction française de G. Duchesne et M. Giraud).

3 "Cõme nelli loghi angusti lo architetto se hàbia a regere in sua dispositione", Pacioli, *Divina Proportione* cit., chap. 19, p. 34v°, "Architectura". Les passages en français sont les traductions de l'auteur. Elles sont, pour les besoins de cet article, les plus littérales possible.

4 L'exorde du traité ainsi que son style oratoire suggèrent qu'il s'agisse de la transcription d'un exposé oral, encore qu'il n'y ait pas de certitude.

5 "A li Suoi clarissimi discipuli e alievi Cesaro dal Saxo. Cera del cera. Rainer francesco de pippo. Bernardino e Marsilio da monte e Hieronymo del fecciarino e compagni del borgo San Sepulchro degni lapicidi de scultura e architectonica faculta solertissimi sectatori. Frate Luca paciuolo suo conterraneo ordinis Minorum et sacre theologie professor." Pacioli, *Divina Proportione* cit., "Architectura".

6 Outre les nombreux manuscrits qui circulent, il y avait avant 1509 déjà trois versions imprimées en Italie. *Vituvii Pollionis ad Cesarem Augustum de Architectura libri decem*, Rome 1487 (ou 1486), ed. Johannes Sulpitio Verulanus. Ensuite ladite *Editio Florentina*, Florence 1496, ed. Leonardo de Arigis. Cet article cite l'*Editio veneta*, *De Architectura*, Venise 1497, ed. Simon Papiensis, dit Biuilaquam.

7 Marcus Pollio Vitruvius, *De architectura*, Venise 1497, VI.3. La traduction est tirée de: *Les dix livres d'architecture de Vitruve corrigez et traduits nouvellement en François, avec des Notes et des Figures*, Paris 1673, trad. Claude Perrault, p. 206. L'édition de Vitruve de 1487 a une leçon différente pour ce passage, notamment le terme "angustia" y est absent.

8 Pacioli, *Divina Proportione* cit., chap. 19, p. 34v°, "Architectura".

9 Cette version d'Euclide, très utilisée pendant le Moyen Age, paraît alors sous le titre: *Euclidis megarensis philosophi acutissimi mathematicorumque omnium sine controversia principis opera a Campano interprete fidissimo tralata Que cum antea librariorum detestanda culpa mendis fedissimis adeo deformia eẽnt: ut vix Euclidem ipsum agnosceremus. Lucas Paciolus theologus insignis: altissima Mathematicarum disciplinarum scientia rarissimus iudicio castigatissimo detersit: emendavit, figuras centum et undetriginta que in alijs codicibus inverse et deformate erant: ad rectam symmetriam concinnavit: et multas necessarias addidit. Eundem quoque plurimis locis intellectu difficilem commentariolis sane luculentis et eruditiss. aperuit: enarravit: illustravit. Ad hec ut elimatior exiret Scipio Vegius mediol. vir utraque lingua: arte medica: sublimioribusque studijs clarissimus diligentiam: et censuram suam prestitit. A. Paganius Paganinus characteribus elegantissimis accuratissime imprimebat.* Venetiis impressum per probum virum Paganinum de Paganinis de Brixia... anno Redemptionis nostre M. D. VIIII, kalen. XI junii (Venise 1509). La première impression de l'Euclide de Campanus date de 1482, et est faite à Venise par E. Ratdoldt.

10 "Diffinitio .3. Proportio est duarum quantecunque sint eiusdem generis quantitatum certa alterius ad alteram habitudo." Pacioli, *Euclide* cit., Campanus, *Elementorum opus*, p. 33v°.

11 "... unde magis est larga proportio in contiunuis quam in discretis. Ex quo manifestum est proportionem geometricam esse maioris abstractionis: quam proportionem arithmeticam: omnis enim proportio circa quam arithmetica versant. Rationis est: geometria vero rationales et irrationales equaliter considerat." Pacioli, *Euclide* cit., Campanus, *Elementorum opus*, p. 33v°.

12 N. Tartaglia (Niccolò Fontana), *Euclide Megarense Philosopho, solo introduttore delle scientie mathematice. Diligentemente rassettato, et alla integrità ridotto, per il degno professore di tal Scientie Nicolo Tartalea Brisciano ... e per commune commodo & utilità di latino in volgar tradotto. Con una ampla espositione dello istesso tradottore di novo agionta*, Venise 1543, par Gugl. de Monferra, P. di Facolo, N. Tartalea. La citation, traduite en français par l'auteur, est tirée de la deuxième édition faite à Venise 1565.

13 Tartaglia, *op.cit.* (1565), p. 82v°–83r°. Les termes "discretti", "continui" etc. ne sont pas soulignés dans l'original.

14 Tartaglia, *op.cit.* (1565), p. 82v°–83r°.

15 Pacioli, *Divina Proportione* cit., chap. 19, p. 34v°, "Architectura".

16 P. Cataneo, *L'architettura di Pietro Cataneo, senese, Alla quale, oltre al essere stati dall'istesso autore rivisti, meglio ordinati et di diversi desegni e discorsi arricchiti i primi quattro libri per l'adietro stampati, Sono aggiunti di più il Quinto, Sesto, Settimo, e Ottavo libro*, Venise 1567. La première édition: *I Quattro Primi Libri di Architettura di Pietro Cataneo Senese ...*, Venise 1554.

17 Cataneo, *op.cit.* (1567), VII.26, p. 163.

18 La première édition est celle de Paris, bilingue par Jean Martin en 1545: S. Serlio, *Il primo libro d'Architettura, di Sabastiano Serlio, Bolognese. Le premier livre d'Architecture de Sebastian Serlio, Bolgnois, mis en langue Francoyse, par Iehan Martin, Secretaire de monseigneur le Reuerendissime cardinal de Lenoncourt*, Paris 1545. L'ouvrage a été maintes fois ré-édité dans les décennies suivantes.

19 Serlio, *Il primo libro d'Architettura* (1545) cit., p. 6v°. La version française est celle de Jean Martin dans toutes les citations qui suivent, sauf là où le traducteur a omis un passage.

20 Il y a, au seizième siècle, un public pour les traités qui procèdent sans calcul numérique, comme le suggère la publication de S. Belli, *Misurar con la vista*, Venise 1565, avec des ré-éditions, également à Venise mais au lieu de D. de' Nicolini (ed. 1565), chez Giordano Ziletti en 1566 et 1569. Le procédé sans calcul a ses avantages à une époque où dans chaque ville on use d'autres unités de mesure, qui en plus ne se basent pas sur un système décimal.

21 Cette opération correspond aux problèmes traitant de l'application des aires chez Euclide (voir *Euclide* I.44 et I.45).

22 Serlio, *Il primo libro d'Architettura* (1545) cit., p. 7r°–7v°.

23 Le mathématicien Pedro Nunes (1502–1578), cosmographe du roi portugais D. João III, réfute dans un petit traité de 1546 la proposition d'Oronce Finé, mathématicien du roi de France François I, d'une quadrature du cercle per linea publié en 1544. O. Finé, *Orontii Finaei Delphinatis ... Quadratura circuli ... demonstrata ...*, Paris 1544; P. Nunes, *De erratis Orontii Finaei*, Coimbra 1546.

24 Cela laisse supposer qu'il ne connaissait pas la quadrature des lunules. On trouve une quadrature de lunule sur un feuillet attribué par Mancini à Leon Battista Alberti, "De lunularum quadratura", *Leonis Baptistae Alberti Opera inedita et pauca separatim impressa*, ed. Hieronymo Mancini, Florence 1890.

25 Serlio, *Il primo libro d'Architettura* (1545) cit., p. 10v°.

26 Serlio, *Il primo libro d'Architettura* (1545) cit., p. 10v°.

27 "... & questa propositione sarà di gran giovamento all'Architetto, nel conoscere all'improviso che differentia sia da una forma all'altra circa il valore ..."; Serlio, *Il primo libro d'Architettura* (1545) cit., p. 11r°. Jean Martin ne traduit pas cette phrase.

28 Serlio, *Il primo libro d'Architettura* (1545) cit., p. 22r°.
29 Serlio, *Il primo libro d'Architettura* (1545) cit., p. 22r°.
30 Cataneo, *op.cit.*, VII.29, p. 164.
31 Sauf pour la dernière partie. L'auteur y présente la justification, la fabrication et l'utilisation du carré géométrique qui nécessitent une maîtrise minimale d'arithmétique.
32 Cataneo, *op.cit.*, VII.29, p. 164.
33 Ce numéro de page indique que Cataneo a sous les yeux l'édition de Serlio de Paris, 1545.
34 Cataneo, *op.cit.*, VII.30, p. 165.
35 A. Palladio, *I Qvattro libri dell'Architettvra* ..., Venise 1570, I.21, p. 52. "... Le più belle e proportionate maniere di stanze, e che riescono meglio sono sette: percioche ò si faranno ritonde, e queste di ra[r]o: ò quadrate, ò la lunghezza loro sarà per la diagonale del quadrato della larghezza, ò d'un quadro et un terzo, ò d'un quadro e mezo, ò d'un quadro e due terzi , ò di due quadri." La version française utilisée: Palladio, *Les quatre livres d'architecture*, trad. Fréart de Chambray, 1650, p. 57.
36 "[De oecis] Altitudines eorum dimidia latitudinis addita constituuntur"; Vitruve, *op.cit.*, VI.6, trad. Claude Perrault, *Les dix livres d'architecture* (1673), p. 207.
37 "His omnibus numeris utuntur architecti perq; commodissime: et binatim sumptis uti ponendis foro plateis et areis subdivalibus/ in quibus solum duae considerantur diametri latitudinis et longitudinis. Ternatim etiam sumptis utuntur veluti in sessionibus publicis et senatu ponendo atq; aula et eiusmodi; in quibus una comparant longitudini latitudinem et utrisq; istorum altitudinem volunt ad armoniam correspondere". L.B. Alberti, *Leonis Baptistae Alberti florentini viri clarissimi de re aedificatoria: opus elegantissimum et quã maxime utile: Florentiae accuratissime impressum opera Magistri Nicolai Laurentii Alamani*, édition par Angelus et Bernardus Politianus, Florence 1485, livre IX, fol. [330].
38 Serlio, *Il primo libro d'Architettura* (1545) cit., p. 22r°.
39 La notation "::" désigne l'égalité des rapports.
40 Alberti, *op.cit.* (1485), livre IX, p. [334]. Version française de: *L'architecture et art de bien bastir du Seigneur Leon Baptiste Albert, Gentilhomme Florentin, divisée en dix livres, Traduits de Latin en François par deffunct Ian Martin, Parisien, nagueres Secretaire du Reverendissime Cardinal de Lenoncourt*, Paris 1553, p. 194v°.
41 R. Wittkower, *Architectural principles in the age of humanism*, New York 1949, 1952, 1962, 1971, p. 108–110.
42 Palladio, *Quattro Libri* (1570) cit., I.23, p. 53–54; Palladio, *Les quatre livres d'architecture*, trad. Fréart de Chambray (1650), p. 57–58. Les transcriptions numériques ont été ajoutées par l'auteur.
43 Il serait par ailleurs intéressant de montrer dans quelle mesure les mathématiques dans les écrits d'architecture se distinguent du contenu des nombreux opuscules de "géométrie pratique" de la même époque.