

**Para o estudo do papel histórico dos instrumentos matemáticos:
o globo celeste e a *gramelogia* na Aula da Esfera, 1620 - 1640**

Samuel Gessner, bolsheiro de pós-doutoramento FCT
Centro Interuniversitário de História das Ciências e da Tecnologia CIUHCT,
Pólo de Lisboa, Universidade de Lisboa

O desenvolvimento da cultura matemática durante o princípio da Idade Moderna não se pode entender sem dar a devida atenção à crucial contribuição do ensino. As suas características mudaram a par e ao passo que os próprios conteúdos se transformaram, mudanças essas que por sua vez influenciaram as novas gerações de matemáticos práticos e engenheiros. Reconstituir o modo como decorriam as aulas de matemática em princípios do século XVII seria importante, mas constitui um desafio difícil, pois se trata da tentativa de alargar o campo de estudo para além da história dos textos. A prática do ensino engloba toda aquela realidade efémera que existia *para além* dos textos utilizados ou produzidos no seu âmbito. Escolhé-lo como objecto central sob escrutínio, significa reconhecer que o seu conhecimento será sempre, diferentemente dos escritos, apenas indirecto. Os textos e instrumentos históricos fornecem-nos apenas indícios para tentar uma reconstituição do uso histórico desses últimos. De seguida, apresentar-se-á uma tentativa pontual, com intuito de analisar a prática de ensino na “Aula da Esfera” do Colégio Jesuíta de Santo Antão, em Lisboa, com base em dois manuscritos. Da sua leitura evidenciam-se, para os dois instrumentos contemplados, duas maneiras diferentes de intervir na história do ensino, dois papéis históricos distintos. Essa diferença, de certa forma, depende dos assuntos matemáticos relacionados com esses instrumentos. No caso do globo celeste, instrumento ligado aos assuntos tradicionais da *Esfera*, a função é didáctica e o efeito tende à *reprodução* dos saberes: a configuração espacial do instrumento permite ao professor visualizar as relações entre conceitos da cosmografia ptolemaica. No caso da *gramelogia*¹, o instrumento levará à introdução do conceito de logaritmo, e da notação da vírgula decimal, um papel que parece ter tido especificamente na “Aula da Esfera”. Este segundo instrumento envolve o alargamento dos conteúdos ensinados a matérias modernas e desempenha portanto um papel de *transformação* dos saberes.²

¹ Nome ibérico dos “Circles of proportion”, instrumento inventado por William Oughtred (1574 - 1660) pouco antes da sua utilização por Ignace Stafford (1599 – 1640), professor de Santo Antão. A designação *gramelogia* plasma-se a partir do nome dado pelo matemático concorrente de Oughtred, Richard Delamain (1600 - 1644) que publicou um tratado sobre o instrumento com o título *Gram[m]elogia, or, The mathematicall ring* em 1630.

² Uma primeira versão destas considerações foi apresentada sob o título “Instrumentos matemáticos na Aula da Esfera”, Jornadas *A Ciência da Aula da Esfera do Colégio de Santo Antão*, Lisboa, Biblioteca Nacional de Portugal, em 4 de

1. Introdução

A colecção de instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII e o seu estudo de um ponto de vista do colecionador de antiguidades e artístico³, acabou por abalar as certezas sobre o seu uso e o seu papel históricos. Tendo em conta a maioria dos objectos hoje conservados, parece-se que muitos são tecnicamente demasiado sofisticados ou excessivamente preciosos, do ponto de vista artístico, para terem servido apenas uma função “operativa”⁴. Na medida em que a historiografia da ciência foca com interesse crescente as *práticas* científicas, a história dos processos e procedimentos em detrimento da história dos resultados, o *uso* no sentido alargado (social, económico, operacional, didáctico, heurístico) dos instrumentos torna-se o objecto privilegiado dos estudos⁵. Assim, se abordará aqui também o aspecto que respeita à reprodução e à difusão do saber matemático, ou precisamente à prática do ensino. Qual poderá ter sido o papel dos instrumentos e dos textos sobre instrumentos num contexto de ensino em princípios do século XVII?

Num recente ensaio, Adam Mosley reflecte sobre a relação entre os textos referentes a instrumentos e a sala de aula, precisamente nos primórdios da Idade Moderna⁶. O autor evoca a complexidade da questão e sugere modos diversos em que esses textos (ou os próprios instrumentos) podiam intervir nas aulas: será que os instrumentos desempenhavam simplesmente uma função auxiliar para transmitir os conteúdos da astronomia e da geometria? Ou serviam meramente para manter o interesse dos alunos e instilar noções teóricas de maneira sub-reptícia? Ou tinham ainda as aulas o objectivo de ensinar a operação dos instrumentos escusando a fundamentação matemática? Mosley resume estas alternativas pela fórmula interrogativa: o ensino fez-se *com*, *através* ou *sobre* instrumentos? Certamente poder-se-iam multiplicar as alternativas deste tipo. O autor conclui que, de qualquer modo, a resposta dependerá naturalmente do contexto local, dos autores, leitores, textos, instrumentos, instituições e momentos particulares. As conclusões que surgem após a análise, também reflectem a realidade bem específica da “Aula da Esfera” no Colégio de Santo Antão, facto que não impede que em outros lugares o papel dos instrumentos seja o mesmo que em Lisboa na primeira metade do século XVII.

Abril de 2008.

³ Pensamos em livros na tradição de Rohde, 1923, e Michel 1947.

⁴ Field 1988.

⁵ Bennett, 2003.

⁶ Mosley, 2007, p. 295.

A sensibilidade da resposta às condições locais e momentâneas aconselha a tentar, nem que seja apenas superficialmente, reenquadrar a actividade pedagógica local nos valores normativos de ensino da época. O ideal Europeu de ensino nos séculos XVI e XVII estava fortemente ligado ao ensino da retórica. Por exemplo, a elegância cortesã, a diplomacia, a arte de convencer e – como era natural – de converter eram faculdades muito necessárias aos príncipes e aos que então os serviam. Este ideal, juntamente com a formação moral e teológica, preside de modo importante também à organização do currículo no ensino jesuíta⁷. Em certa medida, o estudo da lógica, da filosofia, da história era justificado porque poderia servir a retórica, ora com vista ao rigor do raciocínio e à organização do discurso, ora para fornecer os exemplos, as comparações e os temas para os debates organizados entre alunos. Não admira que até a matemática se estudasse na perspectiva de fornecer matéria para a eloquência. Neste contexto pode falar-se do “uso retórico” de instrumentos matemáticos, cuja importância convém sublinhar, visto – como foi dito acima - a relevância cultural de que se revestia a retórica.

A título de exemplo pode mencionar-se o trabalho do Jesuíta holandês Jan Ciermans (1602-1648), chamado Cosmader, que leccionou na “Aula da Esfera” no ano 1641/1642 antes de ter sido nomeado engenheiro-mor e superintendente das fortalezas no Alentejo. Publicou um tratado *Disciplinae Mathematicae traditae anno institutae societatis Iesu seculari*.⁸ Ciermans elaborou essa obra enquanto lente em Louvaina e publicou-a, como tantos outros autores, na sequência do jubileu 1639/1640 do centenário da Companhia. Neste livro, os doze capítulos, um para cada mês, são dedicados à Geometria, Aritmética, Óptica, Estática, Hidrostática, Náutica, Architectura, Fortificação, Máquinas de guerra, Geografia, Astronomia e Cronologia – em todo o livro não se apresenta um único diagrama geométrico, nem se faz o mínimo cálculo, e não há demonstrações matemáticas. Com efeito, o texto funciona como ilustração da diversidade das disciplinas matemáticas, da mesma forma que as estampas, muito curiosas, que acompanham o texto ilustram a panóplia dos instrumentos matemáticos então correntes. O texto não explica o uso daqueles instrumentos, nem os seus princípios ou fundamentação matemática, limita-se a nomeá-los, e quando muito, a indicar a sua função geral. Em suma, neste tratado os instrumentos apresentam-se como ornamento de um discurso de cultura geral. Este uso dos instrumentos, enquanto ornamento quer pictural, quer retórico, quer intelectual, foi de grande importância na cultura humanista, afeiçoada ao potencial retórico da erudição. Não há a mínima dúvida que em Lisboa, na época dos

⁷ Brizzi ed., 1981.

⁸ Número 47 do catálogo *Sphaera Mundi*; Leitão e Martins eds., *Sphaera Mundi*, 2008. Obra referida no que se segue por Catálogo *Sphaera mundi*.

Filipes, vigorava esta cultura. Foi este talvez o uso mais comum dos instrumentos matemáticos também no Colégio de Santo Antão.

Por outro lado, percebe-se já à luz dos artigos publicados neste volume, que existia no Colégio Jesuíta de Lisboa, um pequeno grupo de pessoas, ligado à “Aula da Esfera”, que se preocupava com a essência técnica das matemáticas. Não lhe interessava apenas o seu uso “elegante”, isto é conforme uma moda que recomendava ao homem cultivado de saber discursar também sobre assuntos de matemática, nem apenas a sua função ancilar para poder seguir o curso sobre o *De cælo* de Aristóteles.⁹ Para esse grupo de lentes e alunos, os instrumentos, para além de servirem de símbolo, desempenhavam também funções práticas, e é sobre a sua visão a este respeito que o presente estudo pretende interrogar os manuscritos recentemente catalogados.¹⁰

2. *Duas famílias de instrumentos*

Quem eram estes jovens alunos e professores que se distinguiam da maioria da população do Colégio de Santo Antão por um interesse técnico pela matemática? Entre os lentes da “Aula da Esfera” surgem eminentes matemáticos, vários são oriundos da “Accademia Matematica” de Clávio do *Collegio Romano*¹¹. Desde 1590/1591, ano em que a “Aula da Esfera” fora inaugurada, todos os anos, com poucas interrupções, uma parte dos alunos do colégio, em conjunto com alguns alunos externos, seguiam aulas diárias sobre várias ciências matemáticas. Um testemunho desta actividade é a carta escrita pelo lente Christoph Grienberger (1564-1636) a Clávio, datada de 24 de Março de 1601:

Hic primum annum fere totum cum quinque tantum discipulis exegi. Quorum duo erant ex nostris, qui tamen non perseverarunt usque ad finem anni, nec erat cur perseverarent. Hoc vero anno duas habeo lectiones quotidie, utramque trium quadrantum. Prior est Sphaerae ad Philosophos [...] 20 prope [...] Posterior vero lectio est ad eos quos quia superiori anno habui assiduos deserere non potui [...] Lectio est de prospectiva [...].¹²

⁹ Baldini 2000, p. 279, lembra que as lições sobre a Esfera entre 1553 e 1556 no Colégio de Santo Antão não indiciam necessariamente que houve um curso de matemática desde a fundação do colégio, mas que essa matéria podia ter sido dada esporadicamente no segundo ano para explicar melhor o *De cælo* de Aristóteles.

¹⁰ Leitão e Martins eds., *Sphaera Mundi*, 2008. Obra referida no que se segue por Catálogo *Sphaera mundi*.

¹¹ Leitão, *Aula da Esfera*, 2008. Leitão e Martins eds., *Sphaera mundi*, 2008.

¹² Clavius 1992, IV 1, p. 136-139. Citada por Baldini 2000, p. 248, nota 30.

Esta citação serve para nos lembrar que era muito restrito o número de alunos que seguia um curso de matemática, além do habitual currículo de filosofia moral.¹³ Em 1600 são cinco, e mais tarde três alunos, que acompanham as aulas de Grienberger. Na sua carta, o lente prossegue, dizendo que os alunos tinham começado a estudar geometria prática no ano anterior, e tendo ficado curiosos em saber mais sobre perspectiva, por essa razão incluía-se mais de oito meses de estudos de perspectiva. Esta carta é bem ilustrativa de outra particularidade da “Aula da Esfera”, que também Baldini já tinha sublinhado¹⁴: no seu programa parece que está ausente a matemática teórica mais avançada da época. Não se apresentam por exemplo desenvolvimentos da geometria arquimediana, nem os avanços da álgebra, muito embora as aulas tratem quer de assuntos elementares e tradicionais das matemáticas (Os primeiros livros dos *Elementos* de Euclides (séc. III a.C.), o *De sphaera mundi* de John Holywood, ou João de Sacrobosco, (séc. XIII) – aliás recorrendo tipicamente às edições comentadas recentemente por Clávio¹⁵), quer assuntos da matemática mista (ciências matemáticas cujo objecto é material: óptica, perspectiva, navegação, fortificação, cartografia etc.).

Nestas duas vertentes do ensino, os instrumentos desempenham um papel importante, e se, por um lado, pertencem à matéria “tradicional” os instrumentos que têm uma longa história, por outro lado, aparecem instrumentos “novos” nas áreas ligadas à matemática prática. A este respeito os instrumentos da época constituem duas famílias consoante a sua associação com diferentes temáticas.

- 1) Associa-se às temáticas tradicionais: o uso da régua e do compasso, da esfera armilar, dos globos celeste e terrestre, do astrolábio, dos quadrantes, etc.
- 2) A matemática mista é tipicamente a área dos instrumentos novos ou melhorados embora nem sempre seja assim. Na verdade, os séculos XVI e XVII assistem a uma forte dinâmica de invenção, publicação, produção e “comercialização” de instrumentos, muitas vezes de usos múltiplos. Exemplos típicos são a balestilha de Gunter, que enriquece a tradicional balestilha com escalas adicionais, o compasso proporcional ou “pantómetra”, e o instrumento de Oughtred

¹³ Isso verificava-se também *mutatis mutandis* em Paris e no Collège *La Flèche*: “Le Catalogue des classes dans la province de Paris pour 1627, qui nous est parvenu, révèle que sur les 12565 élèves instruits dans ses 14 collèges, 64 seulement étudiaient dans les deux classes de mathématiques de *La Flèche* et de Paris, soit, 0,50%, [ou] 7,21% des 873 étudiants du cycle supérieur.” Ver “L’enseignement des mathématiques dans les collèges jésuites de France du seizième au dix-huitième siècle”, p. 323-354, em De Dainville 1978, p. 328.

¹⁴ Baldini 2000, p. 296.

¹⁵ Clavius, *Euclides*, 1574; idem, *Sacrobosco*, 1593. A última obra teve múltiplas edições.

que inclui os círculos de proporção, chamado em Lisboa “grameologia”, ou ainda o “Orbe Affonsino” de Stansel, nada mais do que um tipo de relógio de sol¹⁶.

Os instrumentos que nomeei são precisamente os que, entre outros, se encontram apresentados nos manuscritos produzidos no âmbito do Colégio de Santo Antão. Passaremos a examinar brevemente um exemplar de cada uma das duas famílias. Em ambos os casos são extractos de obras da autoria de lentes da “Aula da Esfera”. Tentar-se-á argumentar que a sua integração no ensino se reveste de um significado histórico distinto em cada caso: o primeiro caso exemplifica um instrumento enquanto vector de reprodução de noções tradicionais, enquanto o segundo caso mostra um instrumento como catalisador de difusão de novos conceitos e técnicas.

3. *O globo celeste em Gall (1625) – Um Instrumento da matemática “tradicional”*

A fim de exemplificar o papel dos instrumentos da primeira família recorre-se a um manuscrito da autoria de Johann Chrysostomus Gall (1586 – 1643), datado de 1625.

Tratado sobre a esfera material, celeste e natural ¹⁷por o Padre Mestre Christovão Galo da Companhia de Jesus natural de Alemanha. [...] Escrito por [Francisco/António?] de Melo, Lisboa, 1625.¹⁸

Este sucinto curso de cosmografia de 92 folhas está dividido em quatro tratados:

“Primeiro tratado” - sobre os círculos da esfera

“Tratado 2º. Sobre a esfera ou globo celeste”

“Tratado 3º. Sobre a esfera ou globo terrestre”

“Tratado 4º. Sobre a esfera natural”

Os primeiros três tratados ocupam apenas algumas folhas, mas contêm as definições básicas da astronomia e da cosmografia. No primeiro tratado define-se em poucas palavras e com reduzido número de figuras as noções de eixo, pólo da esfera, eixo e pólo dos círculos, o horizonte, horizonte recto, horizonte oblíquo, os rumos, a amplitude ortiva e occídua, o meridiano, a altura do pólo, a

¹⁶ Stansel, 1658.

¹⁷ No título, como nas citações subsequentes, modernizou-se a ortografia.

¹⁸ BNP COD. 1869 – número 14 do catálogo *Sphaera Mundi*.

altura do equador, a equinocial, a eclíptica, os signos do zodíaco, os coluros, os trópicos, os círculos polares, os paralelos, a esfera direita e oblíqua assim como os movimentos da esfera.

Assim, em I.4 define-se o horizonte:

Horizonte é círculo exterior de todos na esfera artificial, e representa aquele círculo máximo que divide o mundo em 2 partes iguais, superior e inferior. (f. 3r^o)

A definição é acompanhada de um diagrama. A frase é reveladora: antes mesmo de definir o horizonte como o círculo máximo “que divide o mundo em hemisfério superior e inferior”, vem a referência ao instrumento. A “esfera artificial” designa neste caso propriamente uma esfera armilar ou um globo, pois se não fosse assim, não sealaria de um anel “exterior de todos” que indica o horizonte. Portanto, esta indicação permite ler o discurso não apenas como definição de conceitos abstractos mas ainda, entrelinhas, como apresentação de um objecto muito provavelmente presente na sala de aula. Esta suspeita reforça-se, quando o meridiano é apresentado a seguir como o anel que passa raso a superfície, como “primeiro círculo dos exteriores”. Em I.7 define-se o meridiano da seguinte maneira:

O primeiro círculo dos exteriores da esfera é o meridiano que passa pelo zénite e nadir e pelos pólos do mundo cortando o horizonte nos rumos Norte e Sul em ângulos rectos. (f.6r^o-v^o)

E acrescenta-se a definição da “altura do pólo”:

A altura do pólo é o arco menor do meridiano que fica entre o horizonte e o polo levantado. (f. 6v^o)

São estas três noções que vão ser reutilizadas no tratado que se segue. Este último, brevíssimo, apresenta em cinco capítulos a constituição do globo celeste concluindo com um capítulo intitulado: “Do uso deste globo celeste”. Apresenta depois quatro usos muito simples. Vejamos por exemplo o terceiro:

Uso III. Saber a quantidade e dia e noite.

Posto o globo na altura [do pólo] competente, ponde o grau em que anda o Sol debaixo do meridiano e [o índice horário] para 12 do meio dia, depois mudai o dito grau do Sol ao horizonte oriental e achareis na roda a hora em que o Sol nasce naquele dia que é o princípio do dia artificial e fim da noite, depois mudai o dito grau à parte ocidental do hori[zonte], e contai as horas entre o princípio e fim do dia e tereis sua quantidade qual tirada de 24 horas fica a quantidade da noite que é o resíduo. (f. 18rº)

O primeiro gesto implica portanto que se ajuste o instrumento conforme a altura do pólo, ou seja à latitude do sítio de observação na terra. O “grau em que anda o Sol” diz respeito ao ponto da eclíptica em que está o Sol na data do ano em questão: para executar as instruções deste “uso” esta noção fundamental da teoria da *Esfera* é activada. Num segundo gesto, tem de se rodar o globo até este “grau do Sol” se achar debaixo do meridiano (aqui o aluno reactiva na sua memória qual dos vários círculos é o meridiano). Terceiro passo, depois de ajustado o índice horário, roda-se o globo até o ponto considerado da eclíptica se encontrar no plano do horizonte, e já se repetiu a noção de horizonte. E desta maneira o texto prossegue invocando sucessivamente todas as noções por aprender.

Através deste exemplo, pretendo apenas mostrar que as definições das várias partes da esfera e do globo celeste - estes círculos que ao principiante parecem todos tão semelhantes - são aqui utilizados, manipulados e confrontados. Percebe-se então como a prática do uso do globo não serve apenas de repetição das definições, mas também fornece uma espécie de justificação visual: pela observação das relações mútuas entre conceitos, consegue determinar-se a duração do dia e da noite, bem como tantas outras grandezas.

4. A “gramelogia” em Stafford (1638) – Um Instrumento de matemática mista

Este segundo exemplo, é extraído da grande *Aritmética logarítmica* de Ignace Stafford (1599-1640).

“Aritmética prática geométrica logarítmica”, in *Várias obras mathematicas*, Lisboa, 1638, p. 1-277.¹⁹

Esta aritmética prática de Stafford, redigida em castelhano, não abrange apenas questões de aritmética comercial e outros exercícios, mas contempla também aspectos da náutica, da cartografia

¹⁹ BNP PBA. 240 – número 30 do catálogo *Sphaera Mundi*.

e da agrimensura, portanto de vários ramos da matemática prática. Além disso inclui pequenos capítulos de matemática teórica, entre os quais um dedicado à *Mensura circuli* de Arquimedes, vários métodos de construir duas médias proporcionais, uma fórmula em termos de soma para o cubo de números inteiros de Juan Battista Villalpando (1552-1608). A obra apresenta-se organizada da seguinte maneira: começa por um grande número de definições e axiomas aritméticos. O resto do texto está dividido em proposições. A característica mais notável do tratado é, no entanto, as suas primeiras 22 proposições serem consagradas à construção - “proieccion, seccion, fabrica” para retomar a expressão de Stafford - das graduações de três instrumentos, que serão utilizados para a resolução de todas as proposições restantes. Trata-se do pantómetro (compasso proporcional), da gramelogia (círculos de proporção), e do rádio geométrico (balestilha de Gunter), onde assinalámos entre parênteses a designação hoje mais adequada. Esta ênfase dada aos instrumentos, e à sua aplicação na resolução de problemas, não impede que, como qualquer aritmética da época, as explicações comecem pela notação dos números, e passem à operação da adição e subtração (anotando que estas operações não se executam por instrumentos), e assim por diante. Na proposição 25, explica-se, no caso da multiplicação, o cálculo por escrito, e depois explica-se o uso de todos os instrumentos. Limito-me aqui a referir o uso da *gramelogia*, instrumento que se revela ser afinal os “Circles of Proportion”, instrumento inventado por William Oughtred (1574-1660) em Inglaterra por volta de 1630.²⁰ As graduações circulares deste instrumento constroem-se recorrendo a tabelas de logaritmos, e também tabelas de logaritmos de seno e tangente, de tal modo que o instrumento incorpora, por assim dizer, as tábuas inteiras.

Para explicar a multiplicação por meio da gramelogia, Stafford lembra três coisas:

22. Pero los calculos de la gramelogia, [...] se hazen por la analogia arithmetica, o logarithmica, que aunque las lineas, o escalas [...] no son numeros logarithmicos, son dispuestos logarithmica mente con las distancias logarithmicas: que es equedistantes los equeproporcionales [...] El gramelogia mide estas distancias con un indice, que se mueve sobre el centro de las peripherias se abre y cierra a modo de compas [...] (p. 65-66)

[...] pues como consta del lemma 9º de nuestra *Trigonometria*, se junto en una suma A, y B, los logarithmos de los numeros dados C, y D, la tal suma E, sera el logarithmo de F el producto de los numeros dados. (p. 63)

²⁰ Oughtred, 1632.

18. [Multiplicar por gramelogia] recibe su direcion de la def[inicion] 20a que 1 tiene con el multiplicante la proporcion que el multiplicado con el producto: y assi lo mismo es reconocer el producto de los numeros dados, que descubrir el quarto proporcional a 1, y a los tales dos numeros teniendo 1, siempre el primer lugar. (p. 63)

O princípio de funcionamento da gramelogia reside na gradação de forma a que os números “equiporcionais” (que estão na mesma razão) sejam equidistantes (separados por um arco igual). O autor lembra uma propriedade fundamental dos logaritmos, utilizando a notação do próprio Stafford: $\ell A + \ell B = \ell A,B$ (ℓ para “logaritmo” e A,B para notar o produto AB). E a proporcionalidade evocada no terceiro parágrafo acima citado escreve-se seguindo Stafford da seguinte forma (C sendo igual ao produto de A e B):

$$1 ; A :: B ; C$$

Para bem justificar esta afirmação, remete para os *Elementos* VII.19 de Euclides. O autor explica portanto a resolução da multiplicação pela gramelogia da seguinte forma:

23. Luego si pretendo descubrir el producto de dos numeros, [...] en la gramelogia pongo el un pie del indice en 1, o en el principio de la peripheria 4a, y el otro en el multiplicante B, porque mudado el primer pie al multiplicado A, el segundo pie dara en el producto C. (p. 66)

Os cálculos trigonométricos comuns na época, necessários à astronomia, implicavam números grandes dada a maneira de conceber o seno e a tangente. Seno de 90° , igual ao raio, designado por “Sinus totus”, por exemplo, correspondia a 10 000 000 ou a outra potência de 10. Daí o grande interesse do instrumento enquanto “régua de cálculo” porque permitia obter resultados da multiplicação de forma gráfica, ou mecânica como se dizia na época.

A gramelogia, uma das formas mais antigas da “régua de cálculo” era então um instrumento recentemente inventado, que para ser explicado precisava de conceitos também recentes: os logaritmos. É por esta razão que se prende com o argumento aqui desenvolvido. O instrumento cuja utilidade se justifica no âmbito dos problemas tradicionais de cálculo, acaba por convidar ao uso de novos conceitos que ultrapassam o âmbito tradicional e tornam necessária nova matéria de ensino.

5. Conclusão

Através destes breves exemplos espero ter dado uma noção de como se estabelece uma ligação íntima entre conceitos e a sua materialização em instrumentos. Os dois instrumentos considerados servem também para exemplificar papéis bem distintos: viu-se no caso do globo celeste, como a resolução de um problema agiliza no aluno o raciocínio com as definições elementares de “altura do pólo”, “grau do sol”, “horizonte” e outras, e representa a sua articulação no espaço. O uso do instrumento agiliza no aluno o conhecimento previamente aprendido. Com isto, e dado que um cálculo de trigonometria esférica daria uma solução bem mais exacta, quero sugerir que o globo não servia tanto para resolver problemas de cosmografia (embora isso seja teoricamente possível), mas cumpria plenamente uma finalidade didáctica: esclarecer visualmente os conceitos base da cosmografia e a sua articulação. Basta citar o próprio Gall que especifica o papel dos globos celestes:

Agora que temos explicado as esferas artificiais com as quais se facilita o conhecimento da natural [esphera] que he o proprio mundo fica nos lugar pera trataremos della [...] ²¹

No caso dos círculos de proporção a situação é diferente. O instrumento é muito recente e a sua integração no currículo corre o risco de sobrecarregar o principiante uma vez que este tem de aprender também as técnicas alternativas de multiplicação, nomeadamente o cálculo por escrito. Contudo, como a gramelogia promete ser de grande utilidade para cálculos trigonométricos, isto significa cálculos com números grandes e, especialmente na trigonometria esférica, necessária na astronomia, essas dúvidas não são suficientemente dissuasoras. Stafford opta por introduzir o instrumento na sua *Aritmética*, e virá em contrapartida a ser obrigado a invocar um novo conceito: os logaritmos. E mais: o uso do instrumento recomenda ainda a introdução das fracções decimais, o uso da vírgula decimal. Desta forma apenas, é que a escala circular que vai de 1 a 10, pode ser entendida como indo de 0,01 a 0,1 ou de 100 a 1000. Essa escala dos “Números”, a saber a escala logarítmica, que ocupa o quarto círculo (peripheria 4ª) do instrumento, encontra-se numerada de 1 a 10, e serve desta forma para representar qualquer múltiplo de 10. Assim, o uso da gramelogia torna-se particularmente fácil para quem adopta uma notação decimal com uma vírgula a separar os inteiros das fracções. É precisamente isso que acontece na *Aritmética* de Stafford. Assim, a

²¹ Gall 1625, f. 36^o. Esta frase faz eco ao título do segundo capítulo do *De sphaera mundi* de Sacrobosco: “De circulis ex quibus sphaera materialis componitur, et illa super caelestis quæ per istam imaginatur componi intelligitur.”

novidade dos logaritmos e o uso da vírgula decimal fizeram a sua entrada em Lisboa, na esteira de um instrumento inglês bastante inovador.

Na sua *Aritmética*, Stafford não apresenta as definições e demonstrações acerca dos logaritmos, mas remete escrupulosamente aos *Lemas* da sua própria *Trigonometria*²² onde define e caracteriza os logaritmos antes de indicar o seu uso nos problemas. Sem a noção clara do princípio dos logaritmos e como eles se aplicam à fabricação das escalas, diz ele, não se pode utilizar o instrumento com tanta facilidade:

Y porque los usos arithmeticos destes instrumentos no se pueden entender con acierto, ni practicarse con gusto del artifice ignorante de su proieccion, y fabrica, quiero declararla mui en particular. Porque ella entendida[,] las operaciones trigonometricas destes instrumentos quedaran mui faciles, y seguras, y las geometricas, que pretendo apuntar en la geometria practica, que pretendo trabajar, sin dificultad alguna.²³

Como contributo para o conhecimento da “Aula da Esfera”, tentou-se neste trabalho reconstituir alguns pormenores conceptuais e metódicos que constituíam a sua cultura matemática, e de maneira geral, o papel que os instrumentos matemáticos podiam ter no ensino ao princípio do século XVII Europeu. É importante perceber o seu papel específico naquela época, mesmo sem serem de grande complexidade ou novidade: porquê? Porque constituem o contexto em que temos que inserir a actuação e os raciocínios de um célebre Giovanni Lembo (1570-1618), ou de um Galileo Galilei (1564 -1642). É em relação a este pano de fundo da prática e cultura científica partilhada, da chamada “shared knowledge”²⁴, que os feitos singulares podem fazer sentido histórico.

Como testemunho dessa cultura, a extraordinária e fascinante colecção dos manuscritos de Santo Antão representa um património de grande valor, e um terreno onde a “arqueologia” deste tipo deve fazer as suas escavações. Graças ao considerável trabalho de catalogação liderado por Henrique Leitão e levado a cabo ao longo dos anos pela Divisão de Reservados da Biblioteca Nacional de Portugal é que a área está agora balizada, e o trabalho do historiador e epistemólogo pode e deve começar.

²² Stafford, *Trigonometria*, 1638.

²³ Stafford, “Aritmética”, 1638, p. 6.

²⁴ Büttner 2002.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho baseia-se na investigação possibilitada por uma bolsa da Fundação de Ciência e Tecnologia. Agradeço especialmente a Lígia Martins, a Ana Cristina Silva e a Teresa Duarte Ferreira da Biblioteca Nacional de Portugal por terem revisto e melhorado o texto.

BIBLIOGRAFIA

Baldini, Ugo, “L’insegnamento della matematica nel Collegio di S. Antão a Lisbona, 1590-1640”, in *A companhia de Jesus e a missionação no Oriente*, Actas do colóquio internacional promovido pela Fundação Oriente e pela revista Brotéria, Lisboa, 21 a 23 de Abril de 1997, Braga, Barbosa & Xavier Lda, 2000, p. 275-310.

Bennett, Jim, “Knowing and doing in the sixteenth century: what were instruments for?”, *The British Journal for the History of Science*, vol. 36, parte 2, n.º 129, 2003, p. 129-150

Brizzi, Gian Paolo, ed., *La ratio Studiorum. Modelli culturali e pratiche educative dei Gesuiti in Italia fra Cinquecento e Seicento*, Roma, 1981.

Büttner, Jochen; Damerow, Peter; Renn, Jürgen; Schemmel, Matthias; Valleriani, Matteo, “Galileo and the Shared Knowledge of his time”, Preprint 228, Max Planck Institute for the History of Science, 2002,

Clavius, Christophorus, *Christoph Clavius. Corrispondenza. Edizione critica a cura di Ugo Baldini e Pier Daniele Napolitani*, 7 vol., 14 fasc., Pisa, Università di Pisa, Dipartimento di Matematica, Quaderni della Sezione di didattica e storia della matematica, 1992.

Clavius, Christophorus, *Euclidis Elementorum libri XV, accessit XVI de solidorum regularium cujuslibet intra quodlibet comparatione, omnes perspicuis demonstrationibus accuratisque scholiis illustrati, nunc iterum editi, ac multarum rerum accessione locupletati, auctore Christophoro Clavio*, Roma, B. Grassius, 1574

Clavius, Christophorus, *In Sphaeram Joannis de Sacro Bosco commentarius, nunc quarto ab ipso auctore recognitus et plerisque in locis locupletatus*, Lyon, a despesa dos irmãos Gabiano, 1593

De Dainville, François *L'éducation des Jésuites (XVIe – XVIIIe) textes réunis et présentés par Marie-Madeleine Compère*, Service d'Histoire et de l'Éducation (INRP), Paris, Les Éditions de Minuit, 1978

Delamain, Richard, *Gram[m]elogia, or, The mathematicall ring : shewing (any reasonable capacity that hat[h] not arithmeticke) how to resolve and worke all ordinary operations of arithmeticke, and those which are most difficult with greate[r] facilitie, the extraction of roots, the valuation of leases, &c., the measuring of plaines and solids: with the resolution of plaine and sphericall triangles, and that onely by an ocular inspection, and a circular motion*, London, Iohn Haviland, 1630.

Field, Judith Veronica, « What is scientific about a scientific instrument ? », *Nuncius*, ano 3, vol. 2, 1988, p. 3-16, [i-ix], 17-26

Gall, Chrysostomus, *Tratado sobre a esfera material, celeste e natural* ²⁵por o Padre Mestre Christovão Galo da Companhia de Iesus natural de Alemanha. [...] Escrita por [Francisco/António?] de Melo, Lisboa, 1625. [BNP COD. 1869 – número 14 do catálogo *Sphaera Mundi*]

Leitão, Henrique & Martins, Lígia, eds., *Sphaera Mundi: A ciência na Aula da Esfera. Manuscritos científicos do colégio de Santo Antão nas colecções da BNP*, Lisboa, Biblioteca Nacional de Portugal, 2008.

Leitão, Henrique, *A ciência na “Aula da Esfera” no Colégio de Santo Antão, 1590-1759*, Lisboa: Comissariado Geral das Comemorações do V Centenário do Nascimento de S. Francisco Xavier, 2008.

Michel, Henri, *Traité de l'Astrolabe*, Paris, Gauthier-Villars 1947.

Mosley, Adam, “Introduction: Objects, texts, and images in the history of science”, *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 38, 2007, p. 289-302.

²⁵ No título como nas citações subsequentes modernizou-se a ortografia.

Rohde, A., *Die Geschichte der wissenschaftlichen Instrumente*, Leipzig, 1923.

Stafford, Ignace, “Aritmética prática geométrica logarítmica”, in *Várias obras mathematicas*, Lisboa, 1638, p. 1-277. BNP Cod. PBA. 240 – número 30 do catálogo *Sphæra Mundi*.

Stafford, Ignace, *Trigonometria rectilinea, y spherica geometrica logaritmica por el S. y R. Ignacio Stafford, maestro en la Real Academia de Mathematica del Collegio de S. Anton de la Compañia de Jesus*, Lisboa, 1638, ms. Biblioteca da Academia das Ciências, Lisboa, Série Vermelha 392 - número 35 do catálogo *Sphæra Mundi*.

Stansel, Valentin, *Orbe Affonsino, ou Horoscopia Vniversal. No qual pelo extremo da sombra inuersa se conhece, que Hora seja em qualquer lugar de todo o Mundo. O circulo meridional. O oriente, & poente do Sol. A quantidade dos dias. A altura do Polo, & equador, ou linha. Évora, Impressão da Universidade, 1658. E o manuscrito BNP COD. 2136. Número 54 do catálogo *Sphæra Mundi*.*

Oughtred, William, *The circles of proportion and the horizontall instrument. Both invented, and the uses of both written in Latine by Mr. W[illiam] O[ughtred]. Translated into English: and set forth for the publique benefit by William Forster, London : Printed [by Augustine Mathewes] for Elias Allen maker of these and all other mathematical instruments, and are to be sold at his shop ouer against St Clements church with out Temple-barr, 1632.*