A lógica da ficção. Uma abordagem dialógica

por
Juan Redmond
http://stl.recherche.univ-lille3.fr/sitespersonnels/rahman/rahmancollaborateurscadreprincipal.html

(tradução de Leonor Moura)

Imagem 1

O objectivo da minha comunicação é demonstrar a necessidade de aprofundar a abordagem dinâmica da dialógica na lógica livre. Esta finalidade pode ter diferentes motivações, que podem ser filosóficas, lógicas epistémicas e metafísicas. Aqui vamos limitar-nos às motivações lógicas. Esta dinâmica deve permitir explicitar uma das relações cruciais à noção de quantificador, a saber, a relação entre acções e proposições, mais especificamente, a relação entre a escolha de um termo individual e a asserção de uma proposição resultante dessa escolha.

Em primeiro lugar, relembremos que o cálculo clássico e intuicionista *standard* não permite explicitar esta relação entre a escolha e a proposição que daí resulta.

A) Vejamos como no cálculo clássico e intuicionista *standard* a escolha é de uma certa forma assumida, a saber, ela não figura na linguagem objecto.

Imagem 2

As regras do quadro de Smullyan são:

$\exists x\Phi$	$\forall x\Phi$	$\neg\exists x\Phi$	$\neg\forall x\Phi$
-	-	-	-
-	-	-	-
-	-	-	-
$\Phi[x/k_1]$	$\Phi[x/k_1]$	$\neg\Phi[x/k_1]$	$\neg\Phi[x/k_1]$
k_1 est nouvelle	Pour k_1 quelconque	Pour k_1 quelconque	k_1 est nouvelle

Observemos, por exemplo, o seguinte exercício :

Imagem 3

De modo a provar $\Phi[x/k_1]\rightarrow\exists x\Phi$["se k1 verifica Φ, então existe um indivíduo que verifica Φ"]

1. $\Phi[x/k_1]$
2. $\neg\exists x\Phi$
3. $\neg\Phi[x/k_1]$
4. fechado

Neste exercício a acção de ter escolhido "Para k_1 alguém" [**Imagem 4**] ou "k_1 é nova" não figura na sintaxe da prova. [a escolha pertence à semântica do quadro mas desaparece na prova]

[Cálculo do sequente: Anexo III]

B) Contudo podemos tornar esta escolha manifesta, introduzindo-a na linguagem objecto. Mas caso consideremos a escolha de um indivíduo como uma permissa que condiciona a introdução do quantificador existêncial, desembocamos num outro tipo de lógica.

Imagem 5

Foi Jaskowski (1934)[1] o primeiro a abordar sintacticamente esta ideia através do seu cálculo de dedução natural. Este cálculo permite dois tipos de hipóteses:

i) a hipótese de uma fórmula (adicionando o prefixo S) ou ii) a hipótese dos termos singulares (adicionando o símbolo T).

Era justamente com esta última hipótese que ele dava conta (ou exprimia) a escolha de k_1. Nas regras do seu sistema ele explicita que $\Phi[x/k_1]$ resulta de $\forall x\Phi$ e de Tk_1. **A consequência sintática é o teorema seguinte:**

[Image 6]

$\vdash(\forall x\Phi \wedge Tk_1)\rightarrow \Phi[x/k_1]$

Este teorema impede a validade de um certo tipo de fórmulas, como a da especificação. **[Imagem 7]** $\forall x\Phi \rightarrow \Phi[x/k_1]$ que é precisamente o ponto mais determinante porque nos conduz directamente à lógica livre. **[Imagem 8]**.

Ela é denominada desta forma porque é livre de compromisso ontológico. Trata-se de um sistema formal da teoria da quantificação, com ou sem identidade, no qual existe o direito de pensar em termos singulres e em circunstâncias determinadas como não fazendo referência a quaisquer objectos existentes e sem que as proposições que daí resultam sejam falsas. Numa primeira abordagem da lógica livre mantemos a linguagem da lógica de primeira ordem com identidade e juntamos um novo predicado monadico E! Este permite construir a seguinte definição : **[Image 9]** $E!k_1 =_{def} \exists x(x=k_1)$. Esta definição sugerida pela primeira vez por Jaakko Hintikka[2], embora tenha sido agregada à linguagem de primeira ordem com identidade, é seguramente inaceitável na lógica clássica. A razão é a seguinte: se na lógica clássica $\exists x(x=k_1)$ é um teorema, o mesmo não é verdade na lógica livre uma vez que k_1 não tem carga existêncial, o que faz desta definição uma expressão muito pertinente para a lógica livre. Enquanto $E!k_1$ será logicamente verdadeiro na lógica clássica, pouco importando o ki escolhido, o mesmo não se passa na lógica livre uma vez que os nomes próprios não têm todos carga existêncial.

O quadro seguinte mostra-nos a junção de um tal predicado restritivo e o cálculo de sequente: **[Image 10]**

Tableau à maneira de Smullyan para a lógica livre :

$\exists x\Phi$ - - $E!\ k_1$ $\Phi[x/k_1]$ k_1 é nova	$\forall x\Phi$ $\neg E!\ k_1 \quad \Phi[x/k_1]$ Para k_1 uma qualquer	$\neg\exists x\Phi$ $\neg E!\ k_1 \quad \neg\Phi[x/k_1]$ Para k_1 uma qualquer	$\neg\forall x\Phi$ - - $E!\ k_1$ $\neg\Phi[x/k_1]$ k_1 é nova
	Ou k_1 verifica $\Phi[x/k_1]$ ou $\neg\Phi[x/k_1]$ ou k_1 não existe		

[Só existem duas possibilidades: ou não existe, ou existe e eu posso exemplificar (instatiation)]
[Resolver uma fórmula do tipo $\exists$ ou $\neg\forall$ estendendo o ramo no qual ele chega com uma instanciação de Φ e na hipótese k_1 denota um objecto]

---

[1] Jaskowski S. 'On the rules of supposition in formal logic' *Studia Logica* I, 5-32.

[2] Jaakko Hintikka, 'On the logic of existence and necessity I: Existence', *The Monist*, 50 (1966), pp. 55-76.

Podemos agora fazer duas observações: em primeiro lugar ele segue a indicação em metalinguagem; em segundo lugar a introdução de E não reflecte o dinamismo próprio de uma escolha, mas mostra apenas o resultado desta escolha.

Uma primeira consequência desta abordagem é pôr em causa os dois teoremas da lógica clássica e intuicionista designados de *Especificação* e *Particularizão*.

[Imagem 11]
Epecificação: $\forall x\Phi \rightarrow \Phi[x/k_1]$
Particularização: $\Phi[x/k_1] \rightarrow \exists x\Phi$

Ambos os teoremas implicam um compromisso ontológico daquilo que foi dito anteriormente.
Os dois são, naturalmente, inválidos em lógica livre.
[Imagem 12]
Mesmo se existe de alguma forma a evocação da origem de k_1, é a abordagem dialógica que nos dá novos esclarecimentos. Como recentemente Van Benthem notou, a teoria dos jogos permite explicitar a relação crucial para a noção de quantificador, a saber a relação entre acções e proposições. A ideia que nós defendemos aqui é a de que a dialógica constitui o quadro ideal de explicitação desta relação em que a escolha é parte constitutiva da semântica dialógica.
De modo a apresentar brevemente esta abordagem, nós seguimos principalmente as teorias de Shahid Rahman no seu artigo denominado "Frege's Nightmare" (O pesadelo de Frege), uma lógica de base intuicionista, livre e paraconsistente.
[Image 13]
A dialógica entende a lógica como uma noção pragmática em si mesma que se apresenta como uma argumentação em forma de diálogo. Este diálogo desenvolve-se entre duas partes. Um Proponente que defende uma tese e um Oponente que ataca esta tese. A tese é válida se e apenas se o Proponente consegue defendê-la contra todas as possíveis críticas que são permitidas ao Oponente. Na lógica dialógica o significado dos operadores lógicos é dado por dois tipos de regras. Aquelas que determinam o seu significado local (regras dos operadores lógicos) e as regras que determinam o seu significado global (regras estruturais).
[Image 14]
Regras dos operadores lógicos: uma *forma argumentativa*, ou *regra de operador lógico*, é uma descrição abstracta do modo como podemos criticar uma fórmula (Ataque), em função do seu conector principal, e responder a estas críticas (Defesa). É uma descrição abstracta no sentido em que não contem nenhuma referência a um contexto de jogo determinado.
Vejamos aqui as regras: **[Image 15]**
As regras mais importantes para nós são aquelas que correspondem ao quantificador existencial e universal. **[Image 16]**

Asserção	Ataque	Defesa
X-!-A∨B	**Y**-?-∨	**X**-!-A *ou* **X**-!-B (o defensor escolheu)
X-!-A∧B	**Y**-?-L *ou* **Y**-?-R	**X**-!-A *respectivamente* **X**-!-B
X-!-A→B	**Y**-!-A	**X**-!-B
X-!-¬A	**Y**-!-A	Não há defesa
X-!-∀xA	**Y**-?-∀x/k	**X**-!-A[x/k]

	A escolha é para aquele que ataca a fórmula	
X-!- $\exists$ xA	**Y**-!- $\exists$	**X**-!-A[x/k] **A escolha é para aquele que defende a fórmula**

[Image 17]

a. O jogador X jogou uma expressão quantificada universalmente.
b. O Jogador Y ataca a formula jogada por X pedindo-lhe que instancie (exemplifique) o quantificador com uma constante.
   Aqui, é o jogador Y que escolhe a constante k.
c. O jogador X defende-se do ataque com uma instanciação (exemplificação) com k que Y escolheu.

a. O jogador X jogou uma expressão quantificada existencialmente.
b. O jogador Y ataca a fórmula pedindo ao jogador X de instanciar (exemplificar) o quantificador com uma constante.
c. O jogador X defende-se portanto do ataque através de uma instanciação (exemplificação).
   E aqui, é o defensor que tem a escolha da constante.

A regra mais importante para termos uma lógica livre é:

- Definição (introdução): Dizemos *introduzir* com um termo singular ki jogado por X se:
  a) X afirma a fórmula A[x/ki] para defender uma fórmula existêncial $\exists$ xA ou
  b) X ataca uma fórmula $\forall$xA avec < ?-x/ki>, não tendo sido utilizado ki anteriormente.

  Para além disto, dizemos que uma fórmula atómica é introduzida por X se ela foi afirmada por X e não foi afirmada anteriormente no jogo.

RS-5: Apenas **O** pode *introduzir* termos individuais.

[Image 19]

Escolhemos um exemplo para mostrar como se desenvolve uma prova dialógica e também para sublinhar o ponto central da nossa comunicação que consiste na necessidade de uma aborgadem dialógica mais dinâmica.

	O			P	
				$\exists$ x(Ax$\rightarrow\forall$xAx)	0
1	? $\exists$	0		$Ak_1\rightarrow\forall xAx$	2
3	Ak_1	2		$\forall xAx$	4
5	$?k_2$	4		Ak_2	8
				$Ak_2\rightarrow\forall xAx$	6
7	Ak_2	6			

Para a lógica clássica a fórmula é válida.
Para a lógica intuicionista ela não o é.
Para a lógica livre, e de acordo com a apresentação feita no artigo "Frege's Nightmare",(O pesadelo de Frege), esta fórmula também não é válida e a prova acaba na jogada 1 de acordo com a regra já mencionada. **[Image 20]** Assim o Proponente não pode responder. Para esta lógica livre que nós chamaremos de estática, os dois indivíduos estão igualmente comprometidos ontológicamente. Mas se

nós observarmos a prova de perto, reconhecemos que o segundo indivíduo é o mais determinante. Mas a lógica livre estática não tem em conta esta diferença. O estatuto ontológico de k1 aquando da jogada 2 não é mais pertinente para o desenrolar da prova a seguir à jogada 5. Depois da prova estar feita é com o estatuto ontológico de k2 que nos comprometemos verdadeiramente e não com o de k1 que pode, contudo manter um estatuto simbólico.
O que é interessante aqui é que numa abordagem mais dinâmica a fórmula seria válida. Assim se a perspectiva é colocada a partir de k2, não há aí nenhum impedimeno para a validade da fórmula porque é o oponente que a *introduz*.

Para a lógica intuicionista o jogo acaba na jogada 5.

Anexo I

De acordo com o exemplo anterior, é necessário ter em conta o caso seguinte:
$\exists x(Ax \rightarrow \forall xAx)$ é equivalente a $(\exists x \neg Ax \vee \forall xAx)$

	O			P	
				$(\exists x \neg Ax \vee \forall xAx)$	0
1	$?\vee$	0		$\forall xAx$	2
3	$?k_1$	2		Ak_1	8
				$\exists x \neg Ax$	4
5	$?\exists$	4		$\neg Ak_1$	6
7	Ak_1	6			

	$(\exists x \neg Ax \vee \forall xAx)$	$\exists x(Ax \rightarrow \forall xAx)$
LC	v	v
LI	i	i
LLe	v	i
LLd	v	v

Conclusão
Há algo de errado com o LLe, assim as duas fórmulas são equivalentes mas a seguda é inválida.