



# CFCUL

Centre for Philosophy of Science  
of the University of Lisbon

<http://cfcul.fc.ul.pt>

## The Philosophers and Mathematics

International Colloquium

in honour of Prof. Roshdi Rashed

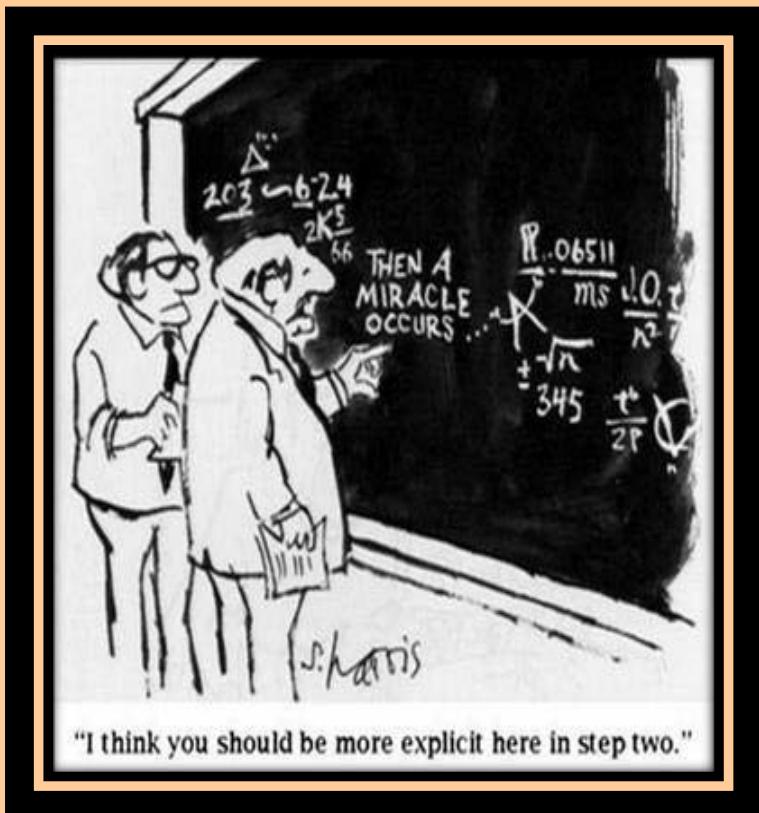


*Science is universal. This is not a postulate, but a basic feature which defines scientific knowledge itself. A scientific result, of whatever kind, can only be fully communicable and provable by stringent arguments. But this epistemic universality is not at all separate from the living history of human beings and from institutions. That is to say that this universality is not an immediate given of the consciousness, but rather reveals itself through a lengthy and bold conceptual process. This work organises itself along the lines of scientific traditions in which human beings and institutions are active. But these people and these institutions arise from a value-based system.* – Roshdi Rashed.

# International Colloquium

## The Philosophers and Mathematics

### Homage to Prof. Roshdi Rashed



#### Talks by

Ahmad Hasnaoui (SPHERE, CNRS, Paris, France)  
Carlos Lobo (Collège Int. Phil. Paris, France)  
Claudio Bartocci (Univ. Genoa, Italy)  
Fernando Ferrreira (FCUL, Lisboa, Portugal)  
Gerhard Heizmann (Univ. Nancy 2, France)  
Hassan Tahiri (CFCUL, Lisboa, Portugal)  
Hourya Benis (CNRS, Paris, France)  
Jean Jacques Szczeciniarz (Univ. Paris 7, France)  
Marco Panza (CNRS, Paris, France )  
Paolo Freguglia (Univ. of L'Aquila, Italy)  
Pascal Crozet (SPHERE Paris 7, France)  
Pierre Pellegrin (CNRS, Paris, France)  
Reinhard Kahle (UNL, Lisboa, Portugal)  
Roshdi Rashed (CNRS, Paris 7, France)  
Shahid Rahman (Univ. Lille 3, France)

29 - 30 October 2014

Faculty of Sciences of the University of Lisbon  
C6 Building, 2<sup>nd</sup> Floor, Room 6.2.56

Further information available at: <http://philosophersandmathematics.wordpress.com/>

**Ahmad Hasnaoui (SPHERE – Paris)**

**Quelques points de contact entre philosophie et mathématiques: d'al-Kindī à al-Tūsī. Brèves remarques à partir des travaux de Roshdi Rashed**

**Carlos Lobo (Collège Internationale de Philosophie – France)**

**Some Reasons why Rota Criticized Probabilities' Axiomatization**

Fait étrangement méconnu de la constellation de positions que recouvrent la philosophie des sciences (des mathématiques en particulier) et la philosophie de la logique, la phénoménologie husserlienne proposait non seulement une nouvelle logique transcendante, mais était porteuse d'un projet de réforme de la logique formelle. Gian-Carlo Rota, l'un des rares à l'avoir pointé et commenté, est a fortiori l'un des seuls à avoir proposé explicitement de le prolonger. Comme le révèle ses travaux et ses cours sur les probabilités, Rota ne s'en est pas tenu à de simples déclarations d'intention, fussent-elles fracassantes (dans certains cours et articles de philosophie bien connus) ou, même à des ébauches instruites d'un programme, mais il a poursuivi, dans l'esprit de la phénoménologie husserlienne, et depuis le début de sa carrière mathématique, un travail de refonte (de réduction et de généralisation) qui touche tout à la fois aux soubassemens de la logique formelle et de certaines domaines mathématiques (théorie des treillis, et, plus particulièrement, à l'axiomatisation des probabilités hérité de Kolmogoroff, qu'il ose questionner et qu'il propose d'affranchir de la tutelle de la théorie de la mesure). Du côté de la logique, prolongeant les travaux de Halmos, Rota propose dès 1973 une réduction du calcul propositionnel à un cas particulier de structure algébrique plus puissante et plus large que les algèbres booléennes (un anneau d'évaluation), tandis que la quantification devient un type particulier de foncteur sur cette structure (un opérateur linéaire de moyenne). Il voyait dans cette «linéarisation» de la logique l'un des résultats les plus prometteurs (par fécondation réciproque): elle permet en particulier de faire ressortir des «homologies» — qu'il nommait de «cryptomorphismes» — entre les questions de la logique des prédictats et celles de la théories des probabilités. Les problèmes de sémantique (en théorie des modèles) trouvent ainsi une formulation simplifiée, mais surtout, il fait ressortir l'analogie entre ces problèmes et ceux des espaces de probabilité. Cette possibilité et la saisie de cette analogie profonde ouvre aussitôt en retour un

nouveau champ de possibilité à la logique: «résoudre les problèmes de décision de la logique des prédicts au moyen des techniques de probabilités».

**Claudio Bartocci (University of Genoa – Italy)**

**Analogy and invention: some remarks on Poincaré's Analysis situs papers**

The genesis of Poincaré's "analysis situs" will be briefly discussed. We will emphasise the prominent role of the case of Riemann surfaces in the development of the theory in higher dimensions.

**Fernando Ferreira (Faculty of Sciences of the University of Lisbon – Portugal)**

**Logicism: its problems, its scope**

We give an overview of the logicist and neologicist positions and their problems. On the technical side, the neologicist position is able to deal very well and elegantly with the development of arithmetic. However, it suffers from many philosophical problems, namely the bad company argument, the Julius Caesar problem and its very claim as a logicist position. The traditional logicist position is more true to the tenets of logicism but faltered under technical problems whose attempted solutions disfigured it beyond recognition. We argue, nevertheless, that under the traditional logicist position it is possible to develop arithmetic without straining its spirit. It seems that it is not possible to go beyond arithmetic.

**Gerhard Heizmann (Université de Nancy 2 – France)**

**Couturat: "Poincaré, mon savant collaborateur", Le débat sur le statut philosophique de l'espace géométrique**

Autour de la célébration, en 1904, du centenaire de la mort de Kant, sa philosophie semblait avoir été ruinée par les mathématiques. Couturat en discute depuis plusieurs années avec Poincaré et Russell. Dans ce contexte, je me propose de défendre une triple thèse philosophique par rapport au statut de l'espace géométrique : (1) la position de Couturat en géométrie exige une « révision intellectuelle » de l'intuition kantienne ; (2) Poincaré révise sans cesse

sa position sous le questionnement de Couturat qui contribue ainsi à l'élaboration philosophique de la position conventionnaliste du mathématicien. (3) Selon Poincaré, l'espace n'est évidemment pas intuitif. Cependant, sa constitution conceptuelle n'est pas dépourvue de toute composante intuitive. En résumé, les interprétations de Couturat et de Poincaré étant fort différentes de l'esprit de Kant: l'une est opérationnaliste - pragmatiste, l'autre est conçue en tant qu'« Ersatz » d'une saisie intellectuelle là où l'entendement n'est plus effective pour donner une justification.

**Hassan Tahiri (Centre for the Philosophy of Science of University of Lisbon – Portugal)**

**Ibn Sīnā's constructive approach to the formation of the natural numbers**

One of the main claims of this talk is that Ibn Sīnā (980-1037) has introduced a major shift in the philosophy of mathematics that is neither Platonist nor Aristotelian and that is structured into 5 main conceptual developments: 1. the recognition of mathematical objects as intentional entities and the acknowledgment that this amounts to provide an intentional notion of existence; 2. the link between the intentional act of apprehending unity and the generation of numbers by means of a specific act of repetition made possible by memory; 3. the identification of a specific intentional act that explains how the repetition operator can be performed by an epistemic agent; 4. the development of a notion of aggregate (or constructive set) that assumes an inductive operation for the generation of its elements and an underlying notion of equivalence; 5. the claim that plurality and unity should be understood interdependently (we grasp plurality by grasping it as instantiating an invariant).

**Hourya Benis (Centre National de la Recherche Scientifique, Paris – France)**

**Le formel, le symbolique et l'abstrait: l'impact de l'axiomatique abstraite sur la philosophie du début du XXe siècle: Husserl et Cavailles**

**Jean Jacques Szczeciniarz (Université Paris 7 – France)**  
**Mathématiques et réflexivité**

Les mathématiques qui sont essentiellement réflexives et réflexion sur elles-mêmes se sont développées en produisant des disciplines entières qui sont des synthèses complexes de certaines autres: topologie algébrique, différentielle, algèbre topologique, géométrie algébrique, géométrie discrète, géométrie différentielle, géométrie complexe, de même pour l'arithmétique, la théorie des nombres etc. c'est là le caractère circulatoire du corpus mathématique. En regard une théorie mathématique, la théorie des catégories qui précisément refléchit sur cette forme du corpus et forge des concepts qui structurent les disciplines et les met en relation occupe cette place réflexive tout en étant investie dans les disciplines nouvelles elles-mêmes . De quelle façon la philosophie des mathématiques qui est également réflexion sur les mathématiques peut-elle sans se perdre ou sans perdre la parole prendre en compte cette situation? Je voudrais essayer de différencier la réflexion philosophique les modes de réflexivité qu'elle promeut et celle que pratiquent les mathématiques et du même coup me demander en quoi de nouvelles questions philosophiques sont peut-être ouvertes.

**Marco Panza (Centre National de la Recherche Scientifique, Paris – France)**  
**What is a Mathematical Theory?**

Philosophy of mathematical practice aims to a philosophically oriented study of some significant aspects of mathematics, as it is done and has been done in the past. Its main aim is to elucidate the peculiar nature of the intellectual activity that doing mathematics consists in. It is my conviction that a number of essential aspects of this activity depend either on its being performed within specific contexts, and on its being aimed to shape such contexts. The general terms customarily used to denote these contexts is ‘theory’: speaking of mathematical theories is pervasive in mathematical practice, as well as in mathematical logic and in history, philosophy, didactic and sociology of mathematics. Still, this term is not only often used either quite generically, without any effort to give to it a precise general meaning, or so as to ascribe to it a relatively precise meaning which is, however, appropriate only for a quite specific contest of use. It is also highly polysemic. According to a meaning of it, in which it is often used, overall

in mathematical logic, a mathematical theory is the deductive closure of a system of axioms (and inference rules), namely the set of theorems following from these axioms. Under a number of provisions, this meaning is quite precise. Still, it does not apply to a lot of contexts that are usually called ‘theories’, and is highly inappropriate to be employed for studying them. In my talk, I’ll advance a conception of mathematical theories apt to a more general application, according to which deductive closures of systems of axioms are nothing but a particular kind of mathematical theories. Shortly speaking, I’ll suggest to call ‘theory’ a system of permissions (differently stated in different cases) licensing a number of actions. Doing mathematics within a certain theory consists in acting according to these permissions. Shaping a mathematical theory consists in fixing these permissions.

**Paolo Freguglia (University of L’Aquila – Italy)**

**Foundations of Geometry in Peano’s School and Epistemological Considerations**

The aim of my talk is to individualize some aspects of Peano and his school about synthetic and compact geometrical proofs and the related epistemological aspects. Peano considers the geometrical calculus (W.R.Hamilton, H.G.Grassmann but Bellavitis also) as a new method in order to make the geometry. I give also some elements for a comparison with Peano axiomatic foundation approach of geometry (1889).

**Pascal Crozet (Unité SPHère Sciences, Philosophie, Histoire – France)**

**Avicenne et la théorie des nombres**

**Pierre Pellegrin (Centre National de la Recherche Scientifique – France)**

**La Mathématique et le Monde Physique chez Aristote**

Je voudrais partir d’une question historique, plus précisément d’histoire des sciences. L’Aristotélisme a été un obstacle à la naissance des sciences physiques modernes pour au moins deux raisons. La première serait la fonction cognitive accordée à la perception sensible. Loin de considérer la perception comme source d’erreurs (ce qu’elle peut être dans des cas exceptionnels, par exemple

quand le sujet qui perçoit est malade), Aristote soutient que nos sens nous donnent une image adéquate de la réalité, que la connaissance sensible est une connaissance véritable et que la connaissance théorique n'est qu'une connaissance sensible continuée par d'autres moyens. La seconde raison tiendrait à l'incapacité des Aristotéliciens à appliquer les mathématiques aux phénomènes physiques, alors que la physique ne pouvait naître que comme physique mathématique. Il a donc fallu que l'Aristotélisme fût en quelque sorte dépassé par le mouvement platonicien qui était né à Florence autour de Marsile Ficin pour que la physique moderne trouvât des conditions favorables à sa naissance. Il a fallu que Galilée dise que «la nature est écrite en langage mathématique» et que Descartes reconnaîsse que « nos sens ne nous enseignent pas la nature des choses mais ce en quoi elles nous sont utiles ou nuisibles ». Alexandre Koyré a raison de considérer la physique galiléenne comme fondamentalement platonicienne. Cette impossibilité d'une convergence entre mathématique et physique a été théorisée, dit-on, par Aristote, non pas à la marge de son système et en passant, mais à travers l'un des caractères fondamentaux de l'Aristotélisme. Aristote refuse, en effet, la conception platonicienne de la science unique et appuie ce refus sur sa doctrine de l'incommunicabilité des genres, dont le corollaire principal est qu'il n'y a qu'une science par genre.

### **Reinhard Kahle (Universidade Nova de Lisboa – Portugal)**

### **Philosophers as Mathematicians and Mathematicians as Philosophers from Plato to Hilbert**

We give a short survey of the interaction of Philosophers as Mathematicians and Mathematicians as Philosophers from Platon to David Hilbert. Discussing the example of Hilbert in more detail we argue that he should not count as Philosopher, although he was shaping modern philosophy of mathematics with deep philosophical ideas and insights.

**Roshdi Rashed (Centre National de la Recherche Scientifique – France)  
Avicenne: Mathématiques et Philosophie**

Comme ses prédecesseurs grecs et arabes, Avicenne a cherché dans les mathématiques des moyens de mener certains de ses travaux en philosophie théorique. Mais il appartenait à un âge nouveau des mathématiques. On peut se demander quel impact fut celui de cette nouvelle situation sur sa conception des rapports entre philosophie et mathématiques. Pour répondre à cette question, on examinera quelques uns de ces rapports et on montrera que le philosophe de l'être et de l'âme s'est en même temps efforcé d'élaborer une philosophie analytique des concepts mathématiques.

**Shahid Rahman (Université de Lille 3 – France)  
The Intensional Take on the Axiom of Choice: A Dialogical Perspective on Its Proof**

The present talk studies the interplay between a Philosopher's reflections on mathematics, namely, Jaakko Hintikka and a Mathematician reflecting on the philosophical and epistemological foundations of his science. Despite our criticism of the former we do think that his work opened a new path for the interchange between philosophy and mathematics in a way that was already prefigured by Henri Poincaré – though we will not discuss here Poincaré's view on the issue. The talk, I think, nicely fits with the beautiful title of this meeting that honours Roshdi Rashed whose work is a landmark in the field.

